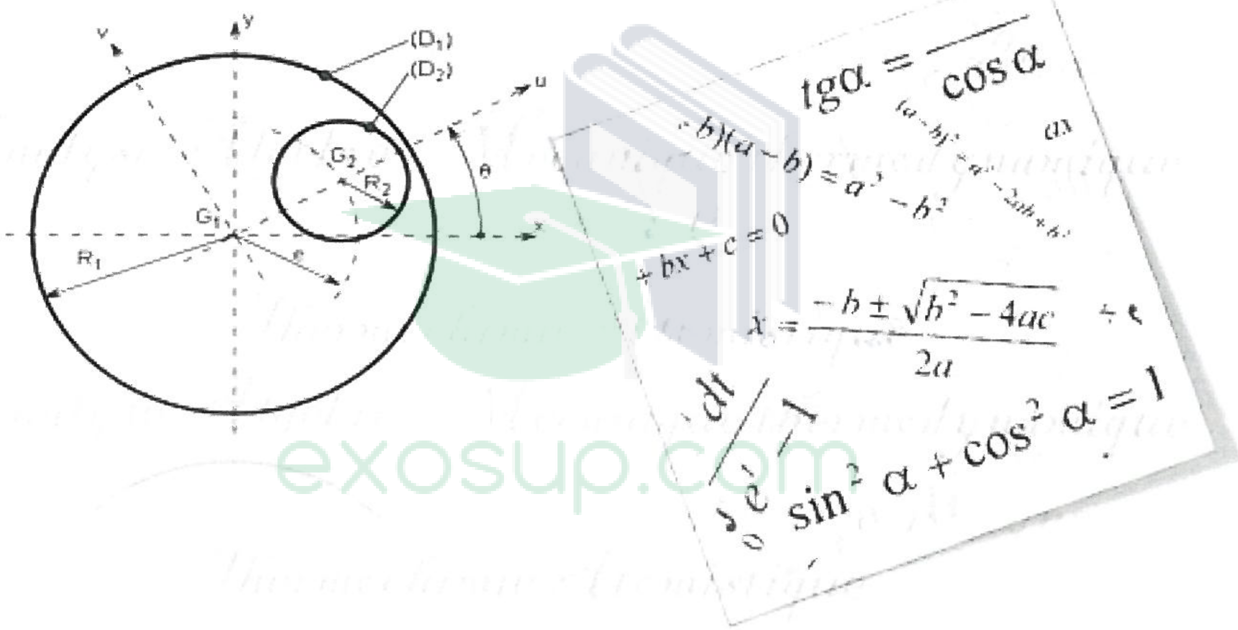
جامعة شعيب الدكالي
كلية العلوم

نادي النجاح
Success Club

2éme EDITION
CORRECTION DES EXAMENS



من إنجاز نادي النجاح

Analyse Algebre Mécanique thermodynamique

Thermochimie Atomistique

2014/2015

تم بفضل الله الإنتهاء من إعداد هذا المطبوع الذي شارك في إعداده كل من الطلبة :

بوشعيب شوقي، أحمد الشاوي ، محمد الماكي ،سعيد زريعة، هشام حباش .

وتشكراتنا لكل من ساهم من قريب أو بعيد في إنجاز هذا التصحيح، الذي نتمنى أن يكون وسيلة إيجابية وفعالة في الرفع من مستوى التحصيل العلمي بالجامعة ، وان يجعل منه الطالب مرجع للتأكد من الطريقة المتبعة في الإجابة عن الأسئلة أثناء الامتحان .

ونتوجه بشكر خاص لكل من الأساتذة :

محمد عنوة ،المامون زهيدي ،الحبيب العلوي العبدلاوي ، إسماعيل سحنون ،

محمد موصوف و خالد الصريدي

لأي إستفسار المرجو مراسلتنا عبر:

Facebook : www.facebook.com/succes.club

نادي النجاح كلية العلوم الجديدة

e-mail : clubnajah2013@gmail.com

أو ولوج الموقع الإلكتروني للنادي

Site web : www.clubnajah.blogspot.com

جامعة شعيب الدكالي Université Chouaib Doukkali	FACULTES DES SCIENCES DEPARTEMENT DE PHYSIQUE EL JADIDA	FILIERE : SMPC1 MODULE : PHYSIQUE 1 COURS : MECANIQUE 1 ANNEE : 2012 /2013

Examen de Rattrapage de Mécanique du point (1h30)

EXERCICE 1 : Cinématique et changement de référentiel

Une barre [AB] de longueur 2L reste toujours dans le plan vertical ($O_0 Y_0 Z_0$). Ses extrémités A et B se déplacent respectivement sur l'axe vertical O_0Z_0 et sur l'axe horizontal O_0Y_0 (voir figure1). On considère le référentiel R_0 ($O_0 X_0 Y_0 Z_0$) fixe (absolu) de base orthonormée directe $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$ et le référentiel R(Axyz) mobile (relatif) par rapport à R_0, de base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, tel que l'axe Ay est porté par la barre [AB] et on pose $\alpha(t) = \omega.t$ (ω est une constante positive et t est le temps) l'angle entre l'axe AO_0 et l'axe Ay. Une particule M est en mouvement sur la barre [AB] et est définie, dans le repère R, par le vecteur $\overline{AM} = V_0\, t\, \vec{j}$ (V_0 est une constante positive). On donne le module $\left|\overline{O_0A}\right| = V_0\, t$. Le champ de pesanteur est représenté par $\vec{g}$ (voir figure1)

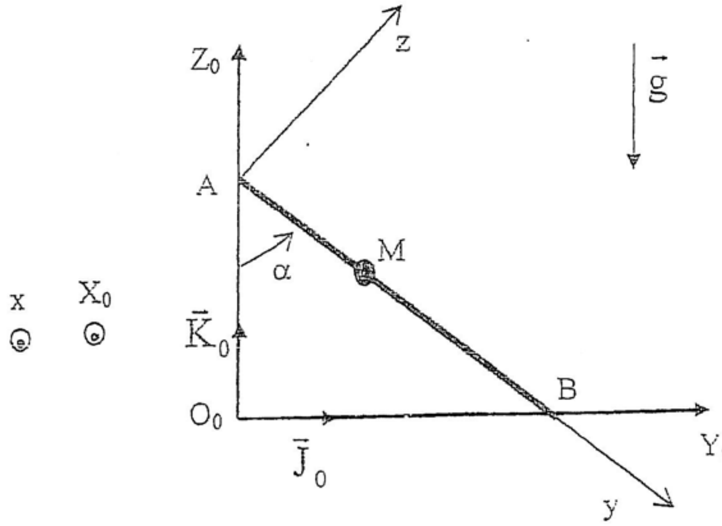


Figure 1

1°) Déterminer la vitesse de A par rapport à R_0

2°) Déterminer la vitesse de B par rapport à R_0

3°) Déterminer la vitesse de B par rapport à R

4°) Exprimer le vecteur $\overline{O_0M}$ dans la base $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$

4a- Déduire l'équation de la trajectoire de M par rapport à R_0.

4b- Préciser la nature de cette trajectoire à un instant t fixe.

4c- Déduire la vitesse et l'accélération de M par rapport à R_0 à partir de $\overline{O_0M}$

5°) Exprimer, dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs vitesses $\overline{V_r(M)}$ et $\overline{V_e(M)}$ en déduire $\overline{V_a(M)}$

6°) Exprimer, dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs accélérations $\overline{\gamma_r(M)}$, $\overline{\gamma_c(M)}$ et $\overline{\gamma_e(M)}$ en déduire $\overline{\gamma_a(M)}$

7°) On suppose que sur la barre [AB] exerce, sans frottement, sur M une réaction $\overline{N}$, déterminer les composantes de cette réaction $\overline{N}$?

EXERCICE 2 : **Dynamique**

Dans le référentiel R (Oxyz) où Oz étant la verticale ascendante, muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un point M de masse m, se déplace sans frottement sur l'axe Ox. Le point M est défini dans R par $\overrightarrow{OM} = x(t)\,\vec{i}$ (voir figure 2). Cette particule M est soumis en plus de son poids, à la réaction $\vec{N}$ de Ox sur M et à l'attraction de deux points A et B fixe dans R, selon la loi des forces suivantes :

$$\vec{F_1} = -K\,\overrightarrow{AM}$$

$$\vec{F_2} = -K\,\overrightarrow{BM}$$

Avec K une constante positive et le module $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = a$ où a est un nombre réel positif. (voir figure 2). Le champ de pesanteur est représenté par $\vec{g}$.

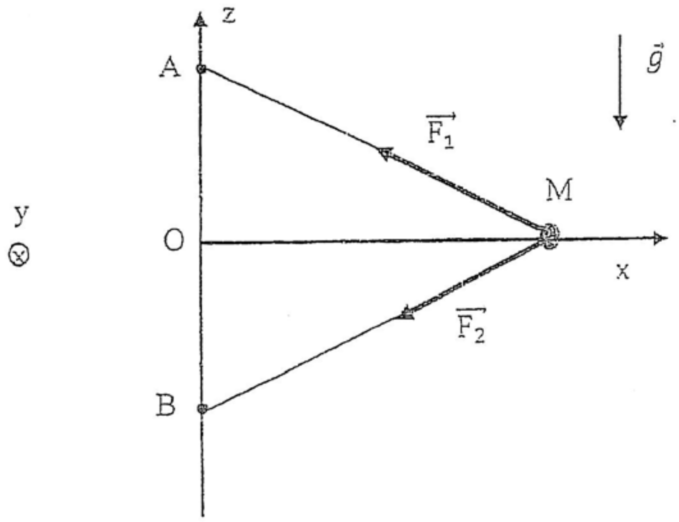


Figure 2

1°) En appliquant le principe fondamentale de la dynamique, déterminer la réaction $\vec{N}$ ainsi que l'équation différentielle du mouvement de M.

2°) Donner la solution de cette équation différentielle sachant qu'à t= 0 : la particule M est en O et la vitesse de M, est telle que : $\overrightarrow{V(M)} = V_0\,\vec{i}$ (V_0 constante positive)

UCD
Filière SMPC

Faculté des Sciences
El Jadida

2011-12

S_1

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Examen de mécanique
Durée : 1^h30mn

Questions du cours :

1. Ecrire la loi de composition des vitesses et des accélérations.
2. Qu'est ce qu'un référentiel galiléen ?
3. Donner deux exemples de forces à distance et deux autres de forces de contact.

Problème 1

Le mouvement d'un point matériel M, se déplaçant dans le plan (Oxy) de base $(\vec{i}, \vec{j})$, est caractérisé par son vecteur position donné par :

$$\vec{OM} = (2t+2)\vec{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2}\right)\vec{j}$$

1. Donner l'équation de la trajectoire de M. Quelle est sa nature ? Faire une représentation.
2. Calculer la vitesse de M et donner sa norme.
3. Donner l'équation de l'hodographe par rapport à l'origine O. Quell est sa nature ? Faire une représentation.
4. Calculer l'accélération de M et donner sa norme.
5. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération du point mobile M.
6. Déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire en M.
7. Représenter schématiquement les vecteurs vitesse et accélération aux instants $t = 0seconde$ et $t = 1seconde$.

Problème 2

Soit un référentiel $R'(O'; x', y', z')$ tournant autour de l'axe Oz du référentiel $R(O; x, y, z)$ tel que les axes Oz et Oz' restent constamment parallèles. L'origine O' décrit une trajectoire circulaire de rayon ρ_0, dans le plan (Oxy), à la vitesse angulaire $\omega_0 = \dot{\theta}$ constante. L'axe $O'x'$ de R' est confondu avec la direction OO'.

Le point mobile M décrit, dans R', un cercle du plan $(0'x'y')$ de centre O', à la vitesse angulaire $\omega = \dot{\varphi}'$ constante.

1. Représenter les mouvements relaif, d'entrainement et absolu.
2. Calculer les vitesses reltative, d'entrainement et absolue.
3. Calculer l'accélération relative, d'entrainement et l'accélération complémentaire (Coriolis).

Voir le schèma du problème 2 au verso

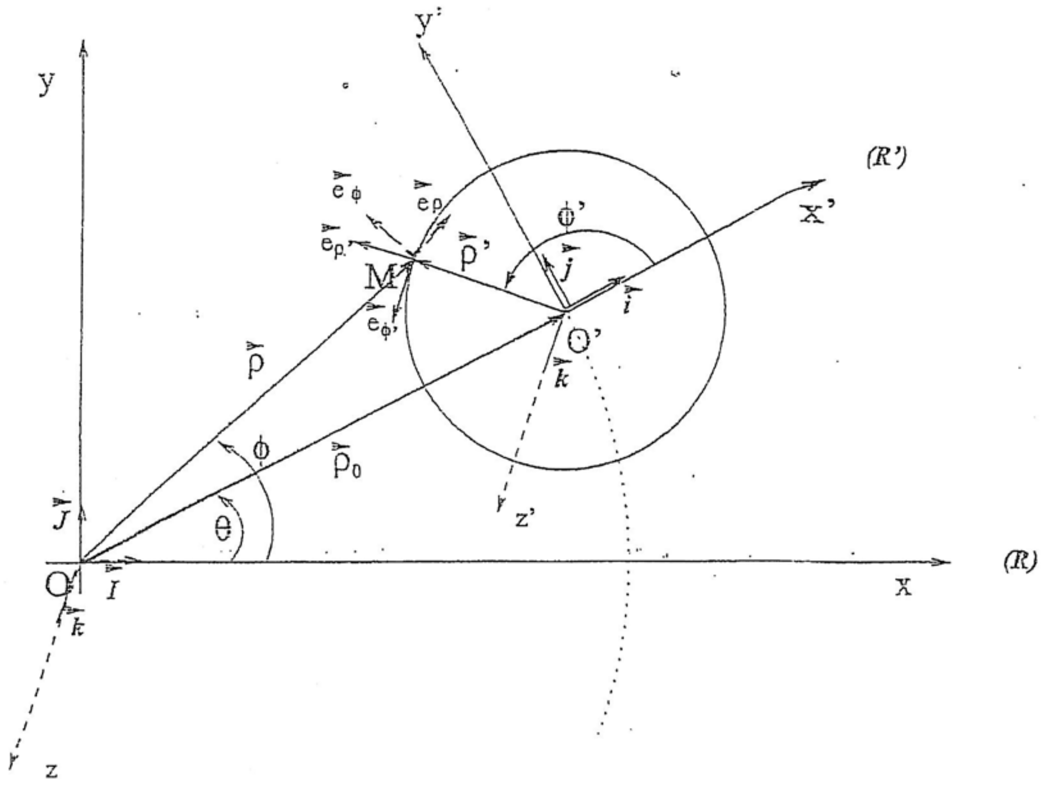


FIG. 1 – Les veceurs rotation $\vec{\omega}$ et $\vec{\omega}_0$ sont dirigés suivant le vecteur de base commun aux deux référentiels $\vec{k}$. Pour faciliter les calculs ; utiliser les bases cylindriques indiquées sur la figure

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

ANNEE UNIVERSITAIRE: 2012/2013
FILIERE: SMPC
MODULE DE PHYSIQUE: PHYS 1

Examen de Mecanique 1

Resonsables: MOHAMMED ANOUA & AHMED JELLAL

Durée: 1:30h

A- Questions de Cours:

1- Définir un repère et un référentiel?

2- Quelle est la différence entre la cinématique et la dynamique?

3- Enoncer les trois lois de Newton de la mécanique?

B- Problèmes

Exercice 1:

Dans un répere $\mathcal{R}$ $(Oxyz)$, muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère un point material M décrivant une hélice circulaire d'axe Oz dont le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ a pour composentes en coordonnées cartésiennes :

$$x = \rho\cos\theta, \qquad y = \rho\sin\theta, \qquad z = h\theta, \qquad h = \text{cte} \tag{1}$$

où h et ρ sont des constantes. ρ et θ les coordonnées polaires de M. Supposons que le mouvement de M est défini par la loi $\theta(t) = \omega t$, avec ω constant.

1)- Déterminer la vitesse $\vec{V}_M$ du point M par rapport à $\mathcal{R}$ et son module.

2)- Déterminer l'accélération $\vec{\gamma}_M$ par rapport à $\mathcal{R}$ et son module.

3)- En déduire l'expression du rayon de courbure R_C de la trajectoire.

Exercice 2:

Soient $\mathcal{R}_0$ le référentiel fixe $(O_0X_0Y_0Z_0)$ de base $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$ et $\mathcal{R}$ le référentiel mobile $(CxyZ_0)$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{K}_0)$. $\mathcal{R}$ est en rotation par rapport à $\mathcal{R}_0$ autour d'axe O_0Z_0 et d'angle $\varphi(t) = \omega t$ avec ω une constante positive. On considère un cercle lié à $\mathcal{R}$, de centre C et de rayon a, situé dans un plan vertical (CxZ_0) tel que le vecteur $\overrightarrow{O_0C} = a\vec{i}$. Un point matériel M de masse m est mobile sans frottement sur ce cercle. On définit l'angle $\theta = (\vec{K}_0, \vec{e}_r)$ où $\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire de $\overrightarrow{CM}$ et $\vec{e}_\theta$ est le vecteur unitaire tel que $\vec{e}_\theta = \vec{e}_r \wedge \vec{j}$ (voir figure).

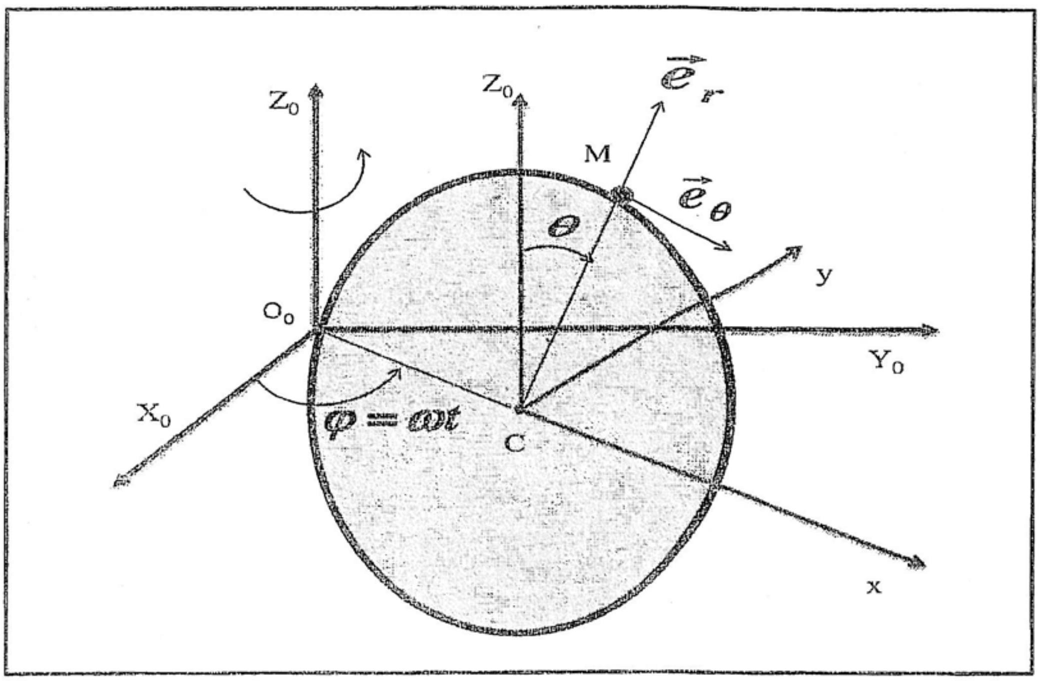
1)- On note par $\overrightarrow{F}_{ie}$, $\overrightarrow{F}_{ic}$ et $\overrightarrow{R}$, respectivement, les forces d'inertie d'entrainement, de Coriolis et la réaction du cercle sur M. Ecrire le principe fondamental de la dynamique dans $\mathcal{R}$.

2)- Donner les expressions de $\overrightarrow{F}_{ie}$ et $\overrightarrow{F}_{ic}$.

3)- En déduire que l'équation du mouvement peut s'écrire sous la forme $\ddot{\theta} = f(\theta)$ et préciser l'expression de $f(\theta)$.

4)- Donner l'expression des composantes de la réaction du cercle sur M dans la base $(\vec{e}_\theta, \vec{e}_r, \vec{j})$.

5)- Etudier les positions d'équilibre par rapport à $\mathcal{R}$.



GOOD LUCK TO EVERYBODY

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2011/2012
Module 1 de Physique (S_1)
Filière: SMP

Epreuve de Thermodynamique

Durée : 1 H 30 mn

Cycle de Beau de Rochas

On se propose de modéliser le fonctionnement d'un moteur à combustion interne à explosion par le cycle idéale d'un gaz parfait (on prendra $\gamma = 1,4$).

1. L'admission est réalisée à la pression atmosphérique P_1, le mélange d'essence et d'air (assimilable à un gaz parfait) est admis à la température T_1 dans un volume V_1.

❖ Déterminer la quantité de matière gazeuse (nombre de mole n) admise dans V_1.

Valeurs numériques : $P_1 = 1$ Bar $= 10^5$ Pa ; $T_1 = 300$ K ; $V_1 = 1,2$ l ; $R = 8,32$ J.K^{-1}.mol^{-1}

***Recommandation* : dans ce qui suit, les différents résultats seront exprimés à l'aide des coordonnées (P_1, V_1, T_1) de l'état (1) et des paramètres demandés.**

2. ***Phase 1 → 2*** : $(P_1, V_1, T_1) \longrightarrow (P_2, V_2, T_2)$, *(adiabatique)*

C'est une compression adiabatique, le volume résiduel en fin de compression a pour valeur V_2 ($V_2 = 0,2$ l). Le rapport volumétrique $a = V_1 / V_2$ définit la course du piston.

2.a) Calculer le rapport volumétrique a

2.b) Déterminer la pression P_2 et la température T_2 en fin de compression, à l'aide du rapport volumétrique a, de γ et des coordonnées de l'état *(1)*. Calculer P_2 et T_2.

2.c) Calculer le travail W_{12} de compression échangé au cours de cette phase.

3. ***Phase 2 → 3*** : $(P_2, V_2, T_2) \longrightarrow (P_3, V_3, T_3)$, *(isochore)*

En fin de compression l'explosion produit une augmentation instantanée de pression sans variation du volume (*isochore*). La combustion interne se traduit par l'apport d'une énergie sous forme de chaleur Q_{23} (*reçue par le gaz*).

3.a) Déterminer la température T_3 et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$T_3 = a^{\gamma-1} T_1 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{a^{\gamma-1} nRT_1} Q_{23} \right] = a^{\gamma-1} T_1 k$$

3.b) Calculer numériquement le terme $k = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{a^{\gamma-1}\, nRT_1} Q_{23}\right]$

3.c) Déterminer la pression P_3 en fonction de a, γ, k et P_1.

3.d) Calculer numériquement la température T_3 et la pression P_3.

Valeur numérique : $Q_{23} = 490{,}7\ J$.

4. <u>***Phase 3 → 4***</u> **:** $(P_3, V_3, T_3) \longrightarrow (P_4, V_4, T_4)$, *(adiabatique)*

La détente motrice, également adiabatique, ramène le piston de la position $V_2 = V_3$ à la position $V_1 = V_4$. Les gaz brûlés sont alors chauds.

4.a) Déterminer la température T_4 et la pression P_4 après la détente, les exprimer à l'aide de a, γ, k et des coordonnées de l'état *(1)*.

4.b) Calculer numériquement T_4 et P_4.

4.c) Exprimer le travail moteur W_{34} à l'aide de a, γ, k et des coordonnées de l'état *(1)*.

4.d) Calculer numériquement W_{34}.

5. <u>***Phase 4 → 1***</u> **:** $(P_4, V_4, T_4) \longrightarrow (P_1, V_1, T_1)$, *(isochore)*

Pour fermer le cycle moteur ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$), on introduit cette phase - peu réaliste - de refroidissement isochore.

5.a) Déterminer la quantité de chaleur Q_{41} cédée au milieu extérieur.

5.b) Calculer numériquement cette chaleur Q_{41}.

6. Représenter sommairement ce cycle dans un diagramme de Clapeyron $P = f(V)$.

7. En faisant un bilan énergétique, vérifier numériquement le principe d'équivalence.

8. Soit $\Re$ le rendement du cycle étudié :

8.a) Calculer numériquement $\Re$.

8.b) Donner l'expression du rendement $\Re$ en fonction uniquement, du taux de compression "a" et du rapport γ. Pour cela commencer par établir l'égalité $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$.

8.c) Comment varie $\Re$ avec le taux de compression a ?

UNIVERSITE CHOUAB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
FILIERE SMPC

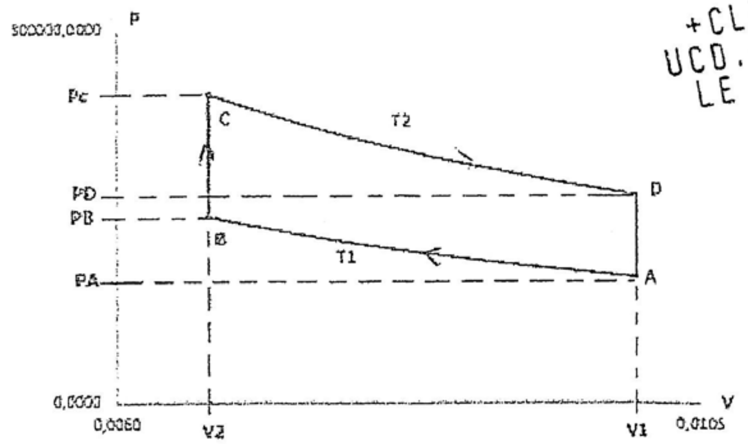
ANNEE 2013 /2014
SESSION NORMALE
EXAMAN DE THERMODYNAMIQUE

DUREE 1H 30 '

On suppose qu'une machine, pour un gaz parfait, fonctionne suivant le cycle « ABCD » formé par deux isothermes et deux isochores, tel que :

- Isotherme à $T_1 = 300$ K, de A vers B. * Isochore à $V_2 = 0.0067$ m^3 de B vers C ;
- Isotherme à $T_2 = 500$ K, de C vers D. * Isochore à $V_1 = 0.01$ m^3 de D vers A.

L'état « A » est défini par T_1, $P_1 = 10^5$ Pascals et $V_1 = 0.01$ m^3. L'état « B » par la pression P_B, V_B=0.0067 m^3. L'état « C » par T_2 et P_C. L'état « D » par V_D=V_1 et par P_D.



On veut faire le bilan de ce cycle. Pour cela :

1- Calculer le nombre de moles de gaz utilisé.
2- Définir les différents paramètres thermodynamiques (P, V et T) pour les points B, C et D.
3- Calculer le travail, la quantité de chaleur, l'énergie interne et l'enthalpie pour chaque transformation.
4- Calculer le travail total, en déduire la nature du cycle. Justifier votre réponse.
5- Calculer la quantité de chaleur totale et l'énergie interne pour le cycle.
6- Annoncer le premier principe ; est-il vérifié pour ce cycle. Justifier.
7- Donner la nature du cycle (moteur où récepteur), justifier

---

✓ On donne R = 8.32 (dans le Système International) et $\gamma = 1.4$

Université Chouaïb Doukkali

Faculté des Sciences

نادي النجاح
succes club

EXAMEN DE THERMODYNAMIQUE

Session de rattrapage 2012-2013 (SMPC)

Durée 1H 30'

Veuillez inscrire, sur vos feuilles d'examen, votre nom et prénom ainsi que votre Code National d'Etudient (CNE) et votre numéro d'examen

---

Les questions sont largement indépendantes.

Question du cours ;

a) Démontrez que la constante des gaz parfaits est égale à ; R= 8.31 J K⁻¹mol⁻¹.

b) Démontrez que la pente des isochores et supérieurs à la pente des isobares et représenter les dans le diagramme (T,S) à partir d'un même point de l'axe des températures.

Problème ;

Dans une machine thermique, un gaz, assimilé à un gaz parfait, décrit le cycle des transformations suivantes :

- Initialement à l'état 1, à la pression p_1 et à la température T_1, il subit une évolution adiabatique réversible jusqu'à l'état 2 où sa pression est p_2 et sa température T_2 ;
- Il se trouve alors en contact avec une source chaude et se réchauffe, de façon isobare, jusqu'à la température T_3 où il est à l'état 3 ;
- Ensuite, il se détend de manière adiabatique réversible, jusqu'à la pression p_4. Il est alors à l'état 4 ; sa température est T_4 ;
- Il achève de se refroidir, d'une façon isobare, au contact d'une source froide et se retrouve dans l'état 1.

1° question :

a) Quelle est la relation entre p_2 et p_3 ?

b) Tracer <u>sur la copie</u> l'allure du cycle décrit par le gaz dans un diagramme de Clapeyron, $p=f(V)$.

c) Indiquer, sur le diagramme précédent, les points 1, 2, 3 et 4 représentatifs des états du gaz.

2° question : Lors d'une évolution adiabatique réversible, le gaz parfait obéit à la

loi : $p \times V^{\gamma} = \text{constante}$ avec $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ où :

C_p : capacité thermique molaire, à pression constante ;

C_v : capacité thermique molaire, à volume constant.

a) Démontrer que cette loi peut s'écrire : $p^{1-\gamma} \times T^{\gamma} = \text{constante}$.

b) En déduire l'expression :

- de la température T_2 en fonction de p_1, p_2, T_1, et de γ ;
- de la température T_4 en fonction de p_1, p_2, T_3 et de γ.

3° question : Pour $n = 1\,\text{mol}$ de gaz, exprimer en fonction de C_p et des températures adéquates :

a) Q_C, l'énergie échangée sous forme de chaleur avec la source chaude,

b) Q_F, l'énergie échangée sous forme de chaleur avec la source froide.

4° question : En utilisant le premier principe, donner l'expression W_{cycle} de l'énergie échangée sous forme de travail mécanique par une mole de gaz avec l'extérieur au cours du cycle, en fonction de C_p, T_1, T_2, T_3 et T_4.

5° question : soit le rapport $\tau = \frac{p_2}{p_1}$, Donner Le rendement théorique, η, de cette machine et démontrer qu'il peut s'écrire en fonction de τ et de γ : $\eta = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

a) Calculer le rendement pour les trois gaz figurant dans le tableau si dessous en prenant $\tau = 4,0$.

b) Avec lequel obtient-on le meilleur rendement ?

Gaz	Valeur de γ
argon	1,67
air	1,40
dioxyde de carbone	1,31

6° question : Calculer les valeurs des températures T_2, T_4 pour le gaz qui donne le meilleur rendement en utilisant les données suivantes : $\tau = 4,0$; $p_1 = 1,0 \times 10^5\ \text{Pa}$; $T_1 = 300\ \text{K}$; $T_3 = 900\ \text{K}$.

7° question ; Représentez le cycle dans le diagramme (T,S). Donner la nature du cycle et justifiez votre réponse.

Bon courage

نادي النجاح
club success

2012 . 2013
ELMALKI

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Université Chouaïb Doukkali

Faculté des Sciences

Examen de Thermodynamique SMPC (S1)

--- Durée 1^H 30'---

Question du cours :

a) Calculer la constante - R- des gaz parfaits dont les unités sont dans le Système International (S.I).

b) Comparez les pentes d'une isotherme et d'une adiabatique. A partir d'un point sur l'axe des pressions, représentez une isotherme et une adiabatiques dans le diagramme de Clapeyron.

Problème : On fait subir à un gaz parfait un cycle de transformation ABCDA.

- AB est une compression adiabatique
- BC est une compression isochore
- CD est une détente adiabatique
- DA est une détente isochore.

On donne : $V_A = 8.V_B$, $T_A = 17°C$, $P_A = 1$**atmosphère**, $\gamma = 1.4$ **et** $R = 8.31 JK^{-1}mol^{-1}$

1) Calculer la pression P_B et la température T_B au point **B**.

2) Sachant que l'apport de chaleur **Q** lors de la compression isochore **BC** est de **50K Joules** pour une mole de gaz, calculer la température T_C et la pression P_C au point **C**.

3) Calculer la pression P_D et la température T_D au point **D**.

4) Donnez les échanges de chaleurs et de travail pour les divers transformations en fonction de R, γ et les températures correspondantes. Faites l'application numérique.

5) Représenter le cycle de transformation, ABCDA, dans le diagramme de Clapeyron.

6) Quelle est la nature du cycle ? Justifiez votre réponse.

7) En déduire la quantité de chaleur Q_{total} et le travail W_{total} mis en jeu au cours du cycle entier. A partir de ce résultat, donner la nature du cycle tout en justifiant votre réponse.

8) Le principe d'équivalence est-il vérifié ?

9) Donner une interprétation géométrique de la quantité de chaleur totale.

10) Donner le rendement du cycle ABCDA en fonction des températures correspondantes. En déduire ce rendement en fonction des températures T_A et T_B, puis en fonction de V_A, V_B et γ. Calculer numériquement le rendement. Conclusion.

11) Représentez le cycle, ABCDA, de transformation dans le diagramme (T, S).

N.B : Veuillez répondre lisiblement sur la feuille de réponse. Attention aux applications numériques.

نادي النجاح

Université Chouaïb Doukkali
Département de Mathématiques
ET Informatique
El Jadida

Année Universitaire : 2012/2013

Filières SMPC1

Épreuve d'Algèbre
Session de Rattrapage
Durée 1h 30'

Exercice 1.
Résoudre par la méthode du pivot de Gauss les systèmes suivants

$$(S)\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} x & - & y & + & z & + & t & = & 0 \\ 3x & - & 3y & + & 3z & + & 2t & = & 0 \\ x & - & y & + & z & & & = & 0 \\ 5x & - & 5y & + & 5z & + & 7t & = & 0 \end{array}\right.$$

$$(T)\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & mz & = & m \\ x & + & y & - & z & = & 1 \\ x & + & my & - & mz & = & 1 \end{array}\right.$$

Exercice 2.
1) Effectuer la division euclidienne de $P(X)$ par $Q(X)$ où

$$P(X) = X^4 + X^3 + \alpha X^2 + \beta X + 2$$

et

$$Q(X) = X^2 + 2.$$

2) Pour quelles valeurs de α et β, le polynôme $Q(X)$ divise le polynôme $P(X)$?
3) On donne à α, β les valeurs trouvées dans 2), factorier $P(X)$ dans $\mathbb{R}[X]$.

نادي النجاح

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des sciences
Département de Mathématiques et Informatique

Année universitaire : 2011/2012
Section : SMPC1

Epreuve d'Algèbre

Session de Rattrapage

Durée : 1h30mn

EXERCICE 1

I- Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^4$ muni de sa base canonique $\{e_1, e_2, e_3\ e_4\}$, on considère les vecteurs :

$$a = (1,1,1,1), \qquad b = (2,3,2,1), \qquad c = (4,1,1,1).$$

1) Déterminer les composantes du vecteur $d = a - 3b + 2c$.

2) On pose $g = d + \alpha(e_1 + e_4)$. Pour quelle(s) valeur(s) du réel α, la famille $\{a, b, c, g\}$ est une base de $\mathbb{R}^4$.

II- Dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^5$ on considère les deux familles :

$S = \{u_1, u_2, u_3\}$ où $u_1 = (1,2,0,3,3)$, $u_2 = (2,0,0,1,2)$ et $u_3 = (4,4,0,7,8)$.

$T = \{w_1, w_2, w_3\}$ où $w_1 = (1,2,1,-1,0)$, $w_2 = (-1,2,0,2,1)$ et $w_3 = (1,6,2,0,1)$.

1) Déterminer une base de F =sev< S >, et une base de G = sev< T >.
2) Déterminer une base de F ∩ G.

EXERCICE 2

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^3$, soit le point $A(1,-1,-2)$ et les vecteurs

$$\vec{u} = (0,1,1), \qquad \vec{v} = (1,1,0), \qquad \vec{w} = (1,0,1).$$

1) Vérifier que $R' = (A, \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\})$ est un repère cartésien de $\mathbb{R}^3$.

2) On considère le plan $P : x + y - z = 2$.

a) Vérifier que $\vec{u} \in \vec{P}$, et $\vec{w} \in \vec{P}$.

b) Déterminer l'équation cartésienne du plan P par rapport au repère R'.

c) Donner une équation paramétrique et une autre cartésienne du plan P' passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

d) i) Donner le système d'équations qui définit le sous espace affine $P \cap P'$.

ii) En déduire un repère cartésien de $P \cap P'$.

Université Chouaïb Doukkali
Département de Mathématiques
ET Informatique
El Jadida

Année Universitaire : 2013/2014

Filières SMPC1

Examen du première semestre
Examen de Janvier
Épreuve d'Algèbre
Durée 1h 30'

Exercice 1. *(6pts) Dans $\mathbb{R}^4$, on considère les vecteurs*

$$u_1 = (1,0,1,1) \quad u_2 = (1,1,0,1)$$

$$u_3 = (0,-1,1,0) \quad u_4 = (2,1,1,2)$$

et F le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ engendré par la famille $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$.
1. Donner une (ou plusieurs) équation(s) qui caractérise(nt) F.
2. En déduire une base de F.

Exercice 2. *(12pts) Soit G le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ engendré par les vecteurs :*

$$u = (1,-1,2,-2) \quad v = (4,0,1,-5) \quad w = (3,1,-1,-3)$$

et soit $H = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 / x + y = x - y + z + 2t = 0\}$.
1. Dire pourquoi H est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Déterminer une base de G et une base de H.
3. Déterminer une base de $G \cap H$ et une base de $G + H$.
4. A-t-on $G \oplus H = \mathbb{R}^4$?
5. Trouver un supplémentaire de $G + H$ dans $\mathbb{R}^4$.
6. Trouver un supplémentaire de $G \cap H$ dans $G + H$.

Exercice 3. *(6pts) On considère le système non linéaire suivant :*

$$(S)\begin{cases} x^3y^2z &= 3^2 \\ xy^3z^2 &= (\frac{2}{3})^7 \\ x^2yz^{-1} &= (\frac{3}{2})^{11} \end{cases}$$

1. Montrer que si (x,y,z) est une solution du système (S), alors x, y et z sont du même signe, c'est-à-dire, sont tous positifs ou tous négatifs.
2. Résoudre le système (S).

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des sciences
Département de Mathématiques et Informatique

نادي النجاح

Année universitaire : 2012/2013
Section : SMPC1

Epreuve d'Analyse 1

-Session de rattrapage-

Durée : 1h30mn

EXERCICE 1

On considère la fonction : $f(x) = \cos(\text{arctg}(x))$.

1) Donner le développement limité d'ordre 4 au voisinage de 0 de f.

2) En déduire :

a) la valeur de $f^{(4)}(0)$.

b) Calculer $\lim_{x \to 0} \frac{2\cos(\text{arctg}(x)) + x^2 - 2}{x^4(x^2+2)}$.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

EXERCICE 2

On considère la fonction $f(x) = x^{20} + x - 2$.

1) Vérifier que 1 est une racine de f.

2) Montrer que f admet exactement deux racines réelles distinctes.

(Indication : vous pouvez utiliser l'intervalle [-2,-1] pour montrer l'existence d'une deuxième racine de f.)

EXERCICE 3

1) Montrer en utilisant le théorème des accroissements finis à la fonction $f(x) = (1+x)^a$, que pour $x > 0$:

i) $(1+x)^a - 1 > ax$, si $a > 1$.

ii) $(1+x)^a - 1 < ax$, si $0 < a < 1$.

2) Etudier la convergence des suites récurrentes $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ définies par :

$$u_0 > 0 \text{ et } u_{n+1} = (u_n + 1)^2 - 1 \text{, pour } n \geq 0,$$
$$v_0 > 0 \text{ et } v_{n+1} = (v_n + 1)^{1/2} - 1 \text{, pour } n \geq 0.$$

(Indication : vous pouvez utiliser le résultat de la question 1.)

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des sciences
Département de Mathématiques et Informatique ناجح النجاح

Année universitaire : 2012/2013
Section : SMPC1

Epreuve d'Analyse1

Durée : 1h30mn

EXERCICE 1

Soit la suite de nombres réels $(u_n)_{n\geq 1}$ définie par :

$u_1 = \sqrt{6}$, $u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}$, pour $n \geq 1$.

1) Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est croissante.

2) Vérifier que $|u_{n+1} - 3| \leq \frac{1}{3}|u_n - 3|$, pour tout entier $n \geq 1$.

3) En déduire que $(u_n)_{n\geq 1}$ est convergente, et calculer sa limite.

EXERCICE 2

On considère la fonction :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x \neq 0 \\ a, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

1) Déterminer le réel a pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

2) On suppose que $a = 0$:

a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

b) Vérifier si la dérivée f' est continue sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 3

1) Montrer que la fonction $g(x) = (x \operatorname{ch} x - \cos x)e^x$ admet une racine réelle.

2) Utiliser un développement limité d'ordre 3 au voisinage de 0 pour :

i) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} \frac{g(x)+1}{x^3} - \frac{1}{x}$.

ii) Evaluer la valeur de $g^{(3)}(0)$.

UNIVERSITÉ CHOUAÏB DOUKKALI
FACULTÉ DES SCIENCES EL JADIDA
Département Maths & Info.

Année universitaire : 2011/2012
Filières : SMP_1-SMC_1
Elément de Module : ANALYSE I

نادي النجاح

Epreuve de Rattrapage

Février 2012
(DUREE 1H30)

Exercice I

Soit la fonction réelle f définie par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$$

(1) Quel est son domaine de définition?

(2) Montrer que f est continue. Est-elle dérivable?

(3) (i) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-2,2[$.

(ii) En déduire que : $\forall x \in [0,1], \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \leq f(x) \leq 1$.

(4) Soit $g : \begin{array}{rcl} [0,1] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) - x \end{array}$

(a) Montrer qu'il existe $c \in]0,1[$ tel que $g(c) = 0$.

(b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ possède une solution unique dans $]0,1[$.

Exercice II

(1) En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que

$$\frac{1}{x+1} < \ln\frac{x+1}{x} < \frac{1}{x} \qquad (\forall x > 0)$$

(2) En déduire que

$$\ln(n+1) < 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} < 1 + \ln n \qquad (\forall n \geq 2)$$

(3) Donner un équivalent simple de la suite $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$ (u_n *est la série harmonique*) et en déduire qu'elle est divergente.

(4) Montrer que la suite $v_n = u_n - \ln n$ est strictement monotone.

(5) Montrer que $\gamma = \lim_{n\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ exists, et $0 < \gamma < 1$. (γ *est la constante d'Euler;* $\gamma = 0.577$).

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des sciences
Département de Mathématiques

Année universitaire : 2013/2014
Section : SMPC1

Epreuve d'Analyse 1

Session normale
Durée : 1h30mn

EXERCICE 1

On considère la fonction

$$f(x) = \sin^4(x)\,\mathrm{sh}^2(x).$$

1) Déterminer le développement limité de f à l'ordre 8 au voisinage de 0.
2) En déduire
   a) la valeur de $f^{(8)}(0)$.
   b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x^8} - \dfrac{1}{x^2}$

EXERCICE 2

Soit la suite récurrente (u_n) définie par

$$u_1 = 1, \quad u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{2}, \forall n \geq 1.$$

1) Montrer que $u_n < 2,\ \forall n \geq 1$.
2) Montrer que (u_n) est croissante.
3) En déduire que (u_n) converge, et déterminer sa limite.

EXERCICE 3

On considère la fonction définie sur l'intervalle $I =]-1, 1[$ par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}\arcsin(x^2) \text{ , si } x \neq 0 \\ 0 \text{ , si } x = 0 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de f sur I.
2) Etudier la dérivabilité de f sur I et calculer sa dérivée.

	UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI FACULTE DES SCIENCES DEPARTEMENT DE CHIMIE	Filière SMPC 2012/2013

Module : Chimie Générale 2
Épreuve de Thermochimie

==

Aucun document n'est autorisé

Juin 2013
Durée : 1H30

==

Partie 1 (4 points)

1- Donner l'expression de la quantité de chaleur Q reçue ou cédée par un corps de masse M (en kg) et de chaleur massique C (en J/kg/degré), lorsque sa température varie de ΔT.

2- Montrer que la variation d'enthalpie ΔH associée à une transformation isobare dont le seul travail mis en jeu est celui des forces de pression, est égale à la chaleur Q_P échangée au cours de cette transformation.

3 – Montrer que la variation de la constante d'équilibre $K_P(T)$ en fonction de la température est donnée par la loi de Van't Hoff (on considère l'approximation d'Ellingham vérifiée):

$$\frac{d}{dT} \mathrm{Ln}K_P(T) = \frac{\Delta H^{\circ}_{réaction}(T)}{RT^2}$$

4- Montrer que la variation d'enthalpie libre dG relative à une transformation réversible est donnée par :

$$dG = \delta w' + VdP - SdT$$

où $\delta w'$ représente toutes les formes de travail autre que le travail des forces de pression.

Partie II (3 points)

Le besoin en eau chaude sanitaire « ECS » à **50°C** d'une famille est en moyenne 30 litres (environ 30kg d'eau) par jour et par personne.

1- Calculer la quantité de chaleur Q_{ECS} nécessaire pour chauffer à **50°C**, une masse d'eau de 120 kg (masse qui représente le besoin par jour d'une famille de quatre personnes) en considérant la température initiale de l'eau à chauffer égale à **-3°C**.

2- Quelle masse de bois faut-il brûler pour apporter cette quantité de chaleur Q_{ECS} (toutes les pertes de chaleur seront négligées)?

On donne la chaleur massique de l'eau glace égale à 2 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, la chaleur massique de l'eau liquide égale à 4,18 $kJ.kg^{-1}.K^{-1}$, la chaleur latente de fusion de la glace égale à 333 $kJ.kg^{-1}$, la chaleur de combustion du bois « pouvoir calorifique » égale à 15.10^3 $kJ.kg^{-1}$ et la température de fusion de la glace égale à 0°C à la pression atmosphérique.

Partie III (3 points)

Une des méthodes utilisée dans l'industrie pour produire du fer métallique Fe, consiste à faire réagir de l'oxyde de fer Fe_2O_3, avec du monoxyde de carbone, CO. La réaction mise en jeu peut s'écrire :

$$Fe_2O_3(s) + CO(g) \longrightarrow CO_2(g) + Fe(s)$$

1- Equilibrer cette réaction.

2- Calculer la chaleur de cette réaction $\Delta H°_r(298,15K)$ à la température de 298,15K, en exploitant les données suivantes :

	$Fe_2O_3(s)$	$CO(g)$	$CO_2(g)$	$Fe(s)$
$\Delta H°_{formation}(298,15K)$ en $kJ.mol^{-1}$	-822,1	-110,5	-393,14	0

Partie IV (10 points) – La production de la chaux vive est réalisée à partir du carbonate de calcium solide conformément à la réaction représentée par l'équation suivante :

$$CaCO_3(solide) \longrightarrow CaO(solide) + CO_2(gaz)$$

1- Calculer l'enthalpie standard de la réaction $\Delta H°(298,15K)$ et l'entropie standard de la réaction $\Delta S°(298,15K)$ puis déduire la valeur de l'enthalpie libre standard $\Delta G°(298,15K)$ de cette réaction.

2- La production de la chaux vive peut-elle se faire spontanément à T= 298,15K ?

3- Calculer la température minimale $T_{min}(K)$, à partir de laquelle la production de la chaux vive pourra être réalisée ? On considère l'approximation d'Ellingham vérifiée dans ces conditions.

4- Donner l'expression de la constante $K_P(T)$ en fonction des pressions partielles des produits et des réactifs et de P° et montrer que $K_P(T) = P(CO_2)/P°$.

5- En appliquant la loi de Gibbs- Helmoltz, calculer l'enthalpie libre standard $\Delta G°(Tmin)$ à la température Tmin (on considère l'approximation d'Ellingham vérifiée) puis déduire la valeur de $K_P(Tmin)$ à cette température.

6- En considérant la pression standard P° égale à 1 atm, calculer la pression partielle de CO_2, $P(CO_2)$ à la température minimale (Tmin).

7- Déduire la masse de la chaux vive produite à la température Tmin en assimilant le gaz CO_2 à un gaz parfait et en considérant la production réalisée dans un volume de $2m^3$.

8- Sur quel facteur d'équilibre peut-on agir pour augmenter la masse de la chaux vive ? Justifier votre réponse.

9- Calculer à l'équilibre, la nouvelle valeur de la constante d'équilibre $K'_P(T)$ qui sera obtenue, lorsqu'on provoque à la température constante égale à Tmin, une diminution de la pression de CO_2 de 0,5 atmosphère à partir de l'équilibre précédent?

On donne :

	$CaCO_3(s)$	$CO_2(gaz)$	$CaO(s)$
$\Delta H°_{formation}$ en $kJ.mol^{-1}$	-1210,11	-393,14	-634,11
$\Delta S°_{formation}$ en $J.mol^{-1}.K^{-1}$	92,80	213,60	39

Masse molaire de la chaux vive égale à 56,10 g/mole

R = 8,31 J. $Mol^{-1}.K^{-1}$ = 8,21 $\times 10^{-2}$ $l.atm.mol^{-1}.K^{-1}$

****

-[illegible] f.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL-JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2012/2013

Filière SMPC

EPREUVE DE L'ELEMENT DU MODULE « ATOMISTIQUE »

1er SEMESTRE, Session normale.

(Durée : 1H 30, Note : 20 pts)

Documents interdits

NB : **- La présentation de la copie est notée.**
- Les réponses doivent être claires et complètes

A) L'élément chimique Cu (Cuivre, Z = 29) se présente dans la nature sous forme de deux isotopes : ^{63}Cu et ^{65}Cu

1) Compléter le tableau suivant :

Isotope	Nombre de protons	Nombre de neutrons	Nombre d'électrons
^{63}Cu			
^{65}Cu			

2) Donner la définition du terme : isotope.
3) Connaissant l'abondance relative de chacun des deux isotopes, calculer la masse atomique de l'élément chimique Cu :

$$x(^{63}Cu) = 69,17\ \% \quad \text{et} \quad x(^{65}Cu) = 30,83\ \%$$

4) Ecrire la configuration électronique du cuivre, à l'état fondamental.
5) A quel bloc, à quelle période et à quelle colonne du tableau périodique appartient cet élément ?
6) Donner la valeur des quatre nombres quantiques caractérisant l'électron le plus externe.

B) On considère l'élément lithium $_3Li$:

1) a) Quelle est l'énergie libérée en eV et en J par l'hydrogénoide Li^{2+} lorsque son électron passe du niveau n = 4 au niveau n = 2 ?
   b) Calculer la longueur d'onde de la raie émise en nm et indiquer à quelle série elle appartient et dans quel domaine elle se trouve.
2) L'énergie d'un électron sur la couche n d'un atome polyélectronique s'écrit :

$$E_n = -13,6\ Z^{*2} / n^2 \ \ (eV)$$

   a) Calculer l'énergie de l'électron périphérique de l'atome Li.
   b) Déduire l'énergie d'ionisation de l'atome Li, à l'état gazeux.
   c) Calculer l'énergie de l'atome Li, à l'état gazeux.

Tableau des constantes d'écran de l'électron j sur l'électron i

électron j/électron i	1s	2s 2p
1s	0,31	
2s 2p	0,85	0,35

Données: $h = 6,624.10^{-34}$ J.s $m_e = 9,11.10^{-31}$ kg $e = 1,602.10^{-19}$ Cb $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI

FACULTE DES SCIENCES

EL-JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2011/2012

EPREUVE DE L'ELEMENT DU MODULE « ATOMISTIQUE »

1er SEMESTRE, Filière SMPC

(Durée : 1H 30, Note : 20 pts, Documents interdits)

NB : La présentation de la copie est notée.

I – CONSTITUANTS DE L'ATOME

Le magnésium Mg (Z=12) présente trois nucléïdes stables avec A = 24, 25 ou 26 :

1 – Que représentent A et Z ?

2 – Pour chaque type de nucléide indiquer le nombre de neutrons et d'électrons

3 – Ces nucléïdes sont-ils des isotopes ? Justifier.

II – MODELES DE L'ATOME

1 – Représenter par un dessin simple le modèle de l'atome d'après Semmerfeld.

2 – Si la position d'un électron est connue avec une précision de $5\ 10^{-12}$ m. calculer l'incertitude minimale sur sa vitesse? (l'incertitude sur la masse est nulle).

3 – Que peut-on conclure ?

4 – Ecrire la configuration électronique de l'élément chimique $_{24}X$

5 – Représenter la couche externe du X en utilisant les cases quantiques.

6 – Ecrire la configuration électronique de l'ion X^{3+}.

7 – Donner les nombres quantiques caractérisant l'orbitale atomique s de la couche de valence de l'élément X.

On donne : $h = 6{,}63\ 10^{-34}\ m^2\ Kg\ s^{-1}$; $m_e = 9{,}11\ 10^{-31}$ Kg

III – CLASSIFICATION PERIODIQUE

1 – Préciser le bloc, le groupe (en chiffre romain) et la période de $_{24}X$. Justifier.

2 – Définir l'électronégativité.

3 – Classer les espèces suivants par ordre croissant de leur électronégativité:

$_{8}O$, $_{9}F$, $_{3}Li$, $_{11}Na$

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL-JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2012/2013

Filière SMPC

EPREUVE DE L'ELEMENT DU MODULE « ATOMISTIQUE »

1^{er} SEMESTRE, Session de rattrapage
(Durée : 1H 30, Note : 20 pts)

Documents interdits

NB : **- La présentation de la copie est notée.**
- Les réponses doivent être claires et complètes

On considère les trois éléments chimiques suivants :
K (Potassium, Z = 19), **Cr** (Chrome, Z = 24) et **Ga** (Gallium, Z = 31)

A) Pour l'élément Potassium,

1) Ecrire la configuration électronique.
2) A quelle période du tableau périodique appartient ? Justifier.
3) A l'aide de la relation de Slater, calculer Z* pour un électron de la $2^{ème}$ couche du K.

On donne : Tableau des constantes d'écran de l'électron j sur l'électron i

électron j / électron i	1s	2s 2p	3s 3p	3d
1s	0,31			
2s 2p	0,85	0,35		
3s 3p	1	0,85	0,35	
3d	1	1	1	0,35

B) Pour l'élément Chrome,

1) Ecrire la configuration électronique. Que remarquez-vous ?
2) A quel bloc du tableau périodique appartient-il ? Justifier.
3) Donner la valeur des quatre nombres quantiques caractérisant son électron périphérique.

C) Pour l'élément Gallium,

1) Ecrire la configuration électronique.
2) A quel groupe du tableau périodique appartient-il ? Justifier.
3) Sachant qu'il présente 2 isotopes stables avec A = 69 et 71,
   a) Que représente le nombre A ?
   b) Calculer l'abondance de chacun de ses deux isotopes, sachant que la masse atomique du gallium est égale à 69,8 u.m.a.

D) Pour les trois éléments K, Cr et Ga

1) Quel est leur point commun ?
2) Donner la définition de l'électronégativité
3) Classer ces trois éléments dans l'ordre croissant de leur électronégativité

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL-JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2011/2012

EPREUVE DE L'ELEMENT DU MODULE « ATOMISTIQUE »

1er SEMESTRE, Filière SMPC

(Durée : 1H 30, Note : 20 pts, Documents interdits)

NB : **- La présentation de la copie est notée.**
- Les réponses doivent être claires et complètes

1 – Compléter le tableau suivant :

Nucléides	Nombre de protons Z	Nombre de neutrons N	Nombre de masse A	Nombre d'électrons
Nucléide 1 ($_5X$)	....	....	10	....
Nucléide 2 ($_9X^-$)	....	10	....	....
Nucléide 3 (X^{2+})	12	....	24	....
Nucléide 4 (X^+)	....	6	....	4

2 – Parmi ces nucléides y a-t-il des isotopes ? Si oui lesquels ?

3 – Donner la configuration électronique de chaque nucléide.

4 – Pour le nucléide 1 (Z = 5) donner les nombres quantiques caractérisant l'électron périphérique (externe).

5 – Préciser le groupe et la période de chaque nucléide.

6 – Classer ces nucléides dans l'ordre croissant de leur taille.

7 – Le magnésium présente trois nucléides stables avec A = 24, 25 ou 26. Sachant que les fractions molaires (abondances) pour ^{25}Mg et ^{26}Mg sont respectivement 0,101 et 0,113. Calculer la masse molaire du magnésium naturel.

8 – A l'état fondamental (n = 1) l'hydrogène possède une énergie $E_1(H) = -13,6$ eV.

a – Sans démonstration donner la relation de l'énergie $E_n(H)$ en fonction de n pour l'hydrogène.

b – Sur quelle orbite (n = ?) se trouvera l'électron si l'atome d'hydrogène à l'état fondamental absorbe une énergie de 10,2 eV ?

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Année universitaire 2013/2014
Filière SMPC

EPREUVE DE L'ELEMENT DU MODULE « ATOMISTIQUE »

1er SEMESTRE, Session Normale

(durée : 1H30, Note : 20 pts)

Documents interdits

NB : - La présentation de la copie est notée.
- Les réponses doivent êtres claires et complètes.

Exercice A :

1) Préciser la signification de A et Z dans l'écriture $_Z^AX$.
2) Donner la définition du terme isotope.
3) Quels sont les isotopes parmi les éléments suivants :
$^{12}_{6}C$, $^{14}_{6}C$, $^{16}_{8}O$, $^{17}_{8}O$, $^{18}_{8}O$, $^{40}_{20}Ca$, $^{67}_{31}Ga$?
4) Le silicium, de numéro atomique Z=14, existe sous 3 formes isotopiques. Sachant que la masse molaire du silicium naturel est de 28,085 g.mol^{-1}, compléter le tableau ci-dessous :

A	Masse atomique	Abondance naturelle
28	27,977	92,23
29	28,976	?
30	29,974	3,10

Exercice B :

Les cinq éléments $_6C$, Si, $_{32}Ge$, Sn, Pb appartiennent, dans l'ordre, à la même colonne du tableau périodique :

1) Quel autre nom peut-on donner à l'ensemble d'éléments chimiques d'une même colonne ?

2) a) Citer les règles à respecter pour obtenir la configuration électronique d'un élément chimique, à l'état fondamental.
b) Donner le numéro atomique du silicium Si, de l'étain Sn et du plomb Pb (pour ce dernier la sous-couche 4f est totalement remplie). Expliquer.
c) A quel bloc appartiennent tous ces éléments ? Justifier.

3) Classer ces éléments par ordre croissant de rayon atomique et d'électronégativité.

4) a) Définir l'énergie d'ionisation.
b) Donner l'expression littérale de l'affinité électronique du silicium, sachant que l'énergie s'exprime comme suit :

$$E_{n,l} = -13,6\,(Z^*_i / n)^2 \quad (eV) \quad \text{avec} \quad Z^*_i = Z - \Sigma\,\sigma_j$$

5) a) Donner la configuration électronique de l'étain Sn à l'état fondamental.
b) Représenter la couche de valence de l'étain Sn par les cases quantiques.
c) A quelle période appartient-il ? Justifier.

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE// : 2013-2014

Nom :
Prénom :
Filière :
Numéro d'examen/ :

Examen de Langue Française
Semestre 1- session normale SVT/SMAI

Une autre planète Terre? Certainement pas! Une planète semblable? Peut-être bien! En apparence, les probabilités semblent même assez élevées. Après tout, il y a plus de 100 milliards d'étoiles dans notre galaxie et des milliards de galaxies dans l'univers! Même si une infime proportion de toutes ces étoiles ont des planètes qui leur tournent autour, il y en a forcément au moins une d'entre elles qui serait susceptible d'abriter un jour la vie.

Et pourtant, la Terre est une planète vraiment particulière, bénéficiant d'une situation privilégiée par rapport à son étoile, le Soleil. Imagine un peu: sur toute l'étendue de notre système solaire, une minuscule bande correspondant à 0,5% de sa largeur totale est habitable, en termes de température. Plus loin, c'est trop froid : aucune vie possible. Plus près, c'est trop chaud : les pauvres êtres vivants brûleraient vifs. La Terre a la chance d'être située dans cette petite zone. Comme des campeurs qui se trouvent exactement à la bonne distance d'un feu de camp!

La Terre a également une orbite qui ne fait pas trop varier sa distance au Soleil. Elle reçoit donc à peu près la même quantité d'énergie tout au long de l'année. Plusieurs planètes découvertes autour d'autres étoiles ont des orbites qui ressemblent à un ballon de football : les variations de température n'y sont pas très compatibles avec la vie!

Un autre bon point pour la Terre? La présence d'un garde du corps nommé Jupiter. La moitié intérieure du système solaire a été nettoyée d'une bonne partie des astéroïdes et autres petits corps célestes qui l'encombraient, par l'immense force de gravité de cette planète géante. Si elle n'était pas là, les collisions entre la Terre et ces «cailloux» d'une dizaine de kilomètres de diamètre seraient 10 000 fois plus fréquentes! La dernière fois où c'est arrivé, les dinosaures ont disparu, tout comme une bonne partie de toutes les espèces vivantes. Par contre, si Jupiter **avait été** un peu plus massive, ou située un peu plus près de nous, sa trop forte gravité **aurait pu** empêcher la Terre de retenir une atmosphère respirable et des océans. Bref, là encore, tout est parfait!

Tant qu'on ne détectera pas bel et bien une planète semblable à la Terre, on ne peut donc pas présumer qu'il s'agit d'un objet courant dans l'univers. Mais il y a peut-être une petite planète bien sympathique qui échappe pour l'instant à l'œil de lynx des astronomes et qui a, par un heureux hasard, hérité de privilèges similaires à ceux de notre Terre.

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse.0.5pt

....

....

2) Selon l'auteur existe-il une probabilité sur la présence d'une autre planète Terre ? si oui, sur quoi se base t-il ? 0.5pt

....

....

....

3) Selon le texte quelles sont les particularités de notre planète Terre ? 1pt

....

....

....

....

....
....

4) Pourquoi les planètes sont-elles rondes ou sphériques ? 1pt

....
....
....

II) Langue et communication

1- Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires : 2pts

- Dans les régions humides, on **emploie** des insecticides. Cela permet d'éviter que les moustiques **prolifèrent.**
- ....
- On a **dévié** les voitures par un chemin de campagne. Cela a dû **provoquer** un vrai chaos parce que d'énormes bouchons se sont **formés.**
- ....

2- Un mari parle au téléphone avec son épouse à propos de leur fils malade.

Répondez en utilisant une construction avec un ou plusieurs pronoms : 3.5pts

Le père : Allô ! Comment va Yassine ?

La mère : il va mieux.

Le père : Tu l'as emmené chez le médecin ?

La mère : Oui ....

Le père : Il lui a prescrit des médicaments ?

La mère : Oui, ...

Le père : Tu as acheté les médicaments ?

La mère : Non, ... encore.......................

Le père : tu peux m'envoyer l'ordonnance par fax ; je les achèterai en rentrant.

La mère : d'accord, je ....

Le père : Tu as parlé au médecin de ses problèmes de digestion ?

La mère : Oui, ... Il m'a demandé de faire des analyses.

Le père : .... ? **(Formulez une question)**

La mère : Non, ... Je n'avais pas assez d'argent.

Le père : Au revoir et à tout à l'heure.

3- Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt

- La Terre est la seule planète habitable. La position de la terre est favorable.
- ....
- Je me souviens de cette époque. Le premier homme a mis le premier pas sur la lune.
- ....
- Ces résultats vont révolutionner le monde de la science. Tu as obtenu ces résultats
- ....

4- Dans le quatrième paragraphe du texte identifiez le temps des verbes en gras et justifiez leurs emplois : 1.5pts

- ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

5- Quel est le temps dominant dans le troisième paragraphe ? déterminez sa valeur. 1pt

- ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

6- Reformulez le texte de sorte que toutes les phrases soient à la forme passive en effectuant les transformations nécessaires : 2.5pts

- Hier, j'ai assisté à un atroce accident sur la route entre El Jadida et Casa. Les pompiers ont emmené en urgence 4 personnes grièvement blessées. L'accident a tué trois autres personnes. Deux camions ont écrasé leur voiture. La vigilance d'un chauffeur de bus a sauvé 70 passagers. Cet accident m'a bouleversé.
- ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

7- Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt

- Forme passive ……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
- Forme active : ……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

8- Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 2pts

Salut ! Tu ne sais pas ce qui ……………………… **(Arriver)** la fin de semaine passée! ……………… **(Aller, je)** à la bibliothèque de l'université quand soudain ……………………… **(Apercevoir, je)** quelqu'un que ……………………………… **(Ne pas voir, je)** depuis trois ans. Devine qui! C'……………… **(Être)** mon ancien ami, Ahmed. Tu ……………………………… **(Ne pas aimer)** beaucoup, je crois. Mais moi, cela ……………………………… **(Faire)** grand plaisir de le revoir

9- Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts

	forcement	cette	Plusieurs	célestes
Classe grammaticale				

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2013-2014

EXAMEN DE LANGUE FRANÇAISE

SEMESTRE 1 – SESSION NORMALE

HUBBLE DÉCOUVRE DE L'EAU DANS L'ATMOSPHÈRE DE 5 EXOPLANÈTES

Le télescope spatial Hubble a découvert de l'eau dans l'atmosphère de cinq planètes situées au-delà de notre système solaire. Ce résultat a été publié le 3 décembre 2013 dans la revue ***The Astrophysical Journal.*** Ces cinq exoplanètes, baptisées WASP-17b, HD209458b, WASP-12b, WASP-19b and XO-1b, ont une taille équivalente à celle de Jupiter. Quant à leur température, elle est extrêmement élevée, ce qui y interdit toute forme de vie.

La découverte a été réalisée grâce au télescope spatial Hubble. De quelle manière ? Pour comprendre, il faut d'abord savoir que lorsqu'une planète orbitant autour d'une étoile passe devant cette étoile (en d'autres termes, lorsqu'elle se retrouve entre l'étoile et l'observateur), alors la lumière émise par l'étoile est modifiée. En analysant ces modifications, il est alors possible d'obtenir de nombreuses informations sur la taille, la masse, ou encore la composition de l'atmosphère de la planète.

, Ce n'est pas la première fois que de l'eau est découverte dans l'atmosphère d'une exoplanète. En octobre 2013, le télescope Hubble **avait** ainsi **identifié** une probable présence d'eau dans les débris d'une exoplanète rocheuse. Précédemment, en février 2012, Hubble **avait découvert** une planète intégralement recouverte d'un océan.

S'il ne s'agit donc pas d'une première, ces travaux ont toutefois permis de comparer les données issues de ces cinq exoplanètes entre elles. En effectuant ce travail de comparaison, les auteurs de l'étude ont ainsi pu constater que, parmi ces cinq exoplanètes, les planètes WASP-17b et HD209458b sont celles dont la teneur en eau dans l'atmosphère est la plus importante.

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0.5pt

....

....

2) Dans quel domaine scientifique peut-on inscrire ce texte ? 0.5pt

....

....

....

3) Selon le texte est-il possible de connaître la taille et la composition d'une planète depuis la terre ? si oui, quel paragraphe justifie votre réponse ? 1pt

....

....

....

4) Qu'est-ce qu'un télescope ? 1pt

....
....
....

II) Langue et communication

1- **Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt**

- On **rédige** les conclusions du rapport. Cela devrait être vite fait.
- ....
....
- Il a **échoué**. Cela l'a découragé.
- ....
....
- On **liquéfie** le gaz butane. Cela peut se faire à une pression relativement faible.
- ....
....

2- **Un mari en voyage parle au téléphone avec son épouse pour avoir de des nouvelles de sa famille.**

Répondez en utilisant une construction avec un ou plusieurs pronoms : 3 pts

Le père : Allô ! Ça va. Vous allez bien ?

La mère : Oui, on va très bien

Le père : tu n'es pas encore allée **au travail** ? **1 pronom**

La mère : Non ....

Le père : tu emmènes **les enfants à l'école** sur ton chemin? **2 pronoms**

La mère : Oui, ...

Le père : tu as parlé **aux enfants de ce qu'ils veulent comme cadeaux** ? **2 pronoms**

La mère : Non, ... encore.......................

Le père : tu m'envoie **la liste des cadeaux** par fax ? **2 pronoms**

La mère : d'accord, ...

Le père : Tu as parlé **aux enfants de notre projet d'aller vivre définitivement au Canada**? **2 pronoms**

La mère : Oui, ...

Le père : .... ? **(Formuler une question)**

La mère : oui, je leur ai dis que nous partirons vers la fin de l'année scolaire.

Le père : Au revoir et à bientôt.

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

3- **Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt**

- L'expérience permet de comprendre pourquoi la lune a plusieurs phases. Le professeur nous a longuement parlé de cette expérience.
- ....
- Cette expérience va progresser la recherche dans ce domaine. Tu as réalisé cette expérience.
- ....

- Je me souviens de cette époque. L'eau de pluie a envahi toute la faculté.
- ....

4- **Quel est le temps dominant dans le deuxième paragraphe ? déterminez sa valeur. 1pt**

- ....
....
....

5- **Commencez chacune des phrases du texte par les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt**

- Hier, j'ai assisté à un atroce accident sur la route entre El Jadida et Casa. Les pompiers ont emmené en urgence 4 personnes grièvement blessées. L'accident a tué trois autres personnes. Cet accident m'a bouleversé.
- ....
....
....
....

6- **Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt**

- **Forme passive** ....
....
....
- **Forme active :** ....
....
....

7- **Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 1.5pts**

- Hier Ahmed a travaillé toute la soirée au laboratoire. Je l'ai rencontré ce matin ; il m'a assuré qu'avant de quitter le laboratoire, il .... **(ranger)** tout le matériel, qu'il .... **(débrancher)** tous les appareils et qu'il .... **(fermer)** la porte.

8- **Compléter les phrases suivantes par les marqueurs temporels qui conviennent : 1.5pt**

- .... 10 ans, je fais un footing tous les deux jours.
- J'aurai terminé mon examen .... 1 heure.
- Durant les vacances d'été, j'ai suivi des cours de langue .... un mois.

9- **Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts**

	extrêmement.	**spatial**	**ces**	**permis**
Classe grammaticale				

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Epreuve d'Analyse 1 : Rattrapage 2012/2013

Exercice I :

1) $f(x) = \cos(\operatorname{arctg}(x))$

on a : $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

et $\dfrac{1}{1+x^2} = (1+x^2)^{-1} = 1 - x^2 + x^4 + o(x^4)$

donc en intégrant $\dfrac{1}{1+x^2}$ on aura :

$$\operatorname{arctg}(x) = x - \frac{x^3}{3} + o(x^4)$$

et on a : $\cos(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!} + o(x^4)$

d'où $\cos(\operatorname{arctg}(x)) = 1 - \dfrac{1}{2!}\left(x - \dfrac{x^3}{3}\right)^2 + \dfrac{1}{4}\left(x - \dfrac{x}{3}\right)^4 + o(x^4)$

$$= 1 - \frac{1}{2}\left(x^2 - \frac{2x^4}{3}\right) + \frac{1}{4!}(x^4) + o(x^4)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{x^4}{3} + \frac{x^4}{24} + o(x^4)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{9x^4}{24} + o(x^4)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + o(x^4)$$

d'où $DL_0^4(f)$ est $1 - \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{3}{8}x^4 + o(x^4)$

2)

a) f est de classe C^∞ donc d'après la formule de Taylor young :

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + o(x^4)$$

Z. Said

et $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + o(x^4)$

par identification de deux expression on aura:

$$\frac{f^{(4)}(0)}{4!} = \frac{3}{8} \Rightarrow f^{(4)}(0) = \frac{24 \times 3}{8} = 3 \times 3 = 9$$

alors $f^{(4)}(0) = 9$

b) $\cos(\arctan(x)) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + o(x^4)$

$$2\cos(\arctan(x)) = 2 - x^2 + \frac{3}{4}x^4 + o(x^4)$$

$$2\cos(\arctan(x)) + x^2 - 2 = \frac{3}{4}x^4 + o(x^4)$$

donc pour $x \neq 0$ on a :

$$\frac{2\cos(\arctan(x)) + x^2 - 2}{x^4(x^2+2)} = \frac{\frac{3}{4} + o(1)}{x^2+2}$$

donc $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2\cos(\arctan(x)) + x^2 - 2}{x^4(x^2+2)} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{3}{4} + o(1)}{x^2+2}$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Exercice II :

1) on a: $f(x) = x^{20} + x - 2$

donc $f(1) = 1 + 1 - 2 = 0$

alors 1 est une racine de f.

2) on a f est continue sur $[-2, 1]$

$f(-1) = (-1)^{20} - 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2 < 0$

$f(-2) = (-2)^{20} - 2 - 2 = 2^{20} - 4 = (2^2)^{10} - 4$

$= 4^{10} - 4$

$= 4(4^9 - 1) > 0$

d'où $f(-1)\,f(-2) < 0$ donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires (TVI) on a: $\exists\, c \in]-2, -1[$ tel que $f(c) = 0$

r. 13

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Donc f admet au moins deux solutions 1 et c.

supposons qu'il existe une autre solution notée γ, $\gamma \neq 1$ et $\gamma \neq c$

alors on a : $f(1) = f(c) = f(\gamma)$

* supposons que $1 < c < \gamma$

appliquons le théorème de Rolle sur chaque intervalle $[1, c]$, $[c, \gamma]$

- f est continue sur $[1, c]$ et dérivable sur $]1, c[$

donc d'après Rolle $\exists\, u \in]1, c[: f'(u) = 0$

- f est continue sur $[c, \gamma]$, dérivable sur $]c, \gamma[$

donc d'après Rolle, $\exists\, v \in]c, \gamma[: f'(v) = 0$

donc $f'(v) = f'(u)$

c'est-à-dire : $20v^{19} + 1 = 20u^{19} + 1$

donc $v^{19} = u^{19}$ alors $u = v$ absurde car :

$u \in]c, \gamma[$ et $u \in]1, c[$ et $1 < c < \gamma$

donc impossible d'avoir $u = v$

donc ce qu'on a supposé est faux

d'où il n'existe pas une troisième solution

Finalement f admet exactement 2 racines réelles.

Exercice III :

1) soit $f(x) = (1+x)^a$,

pour $x > 0$, on applique le théorème des accroissements finis (T.A.F) sur l'intervalle $[0, x]$; on a :

3

Z. said

f est continue sur $[0,x]$ $\forall x>0$
f est dérivable sur $]0,x[$ $\forall x>0$

donc T.A.F $\Longrightarrow \exists\, c\in]0,x[\;:\; f(x)-f(0)=(x-0)f'(c)$

$\Longrightarrow \exists\, c\in]0,x[\;:\; (1+x)^a-1 = x f'(c)$
$= x\, a\,(1+c)^{a-1}$

d'où $\exists\, c\in]0,x[\;:\; (1+x)^a-1 = ax(1+c)^{a-1}$

d'où :

i) si $a>1 \Longrightarrow a-1>0$ et $1+c>1$

$\Longrightarrow (1+c)^{a-1} > 1^0$

$\Longrightarrow (1+c)^{a-1} > 1$

donc $ax(1+c)^{a-1} > ax$ car $ax>0$

d'où $(1+x)^a-1 > ax$

ii) si $0<a<1 \Longrightarrow a-1<0$ et $(1+c)>1$

$\Longrightarrow 1-a>0$ et $(1+c)>1$

$\Longrightarrow (1+c)^{1-a} > 1$

$\Longrightarrow (1+c)^{a-1} < 1$

et comme $ax>0$ on aura : $ax(1+c)^{a-1} < ax$

d'où $(1+x)^a-1 < ax$

2) soit $U_0>0$, $U_{n+1}=(U_n+1)^2-1$, pour $n\geq 0$

on a ici $a=2$

donc $U_{n+1}=(U_n+1)^2-1 > 2U_n$ d'après la question 1

on a : $U_{n+1} > 2U_n > 2\times 2U_{n-1} > \cdots > \underbrace{2\times2\times2\cdots\times2}_{n+1 \text{ fois}}\, U_0$

donc $U_{n+1} > 2^{n+1}\, U_0$ on peut montrer cette expression par récurrence.

4

r. 13

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

montrons par récurrence que : $\forall n \geq 0 : U_n \geq 2^n U_0$

pour $n = 0$ on a : $U_0 \geq U_0$

soit $n \in \mathbb{N}$ supposons que $U_n \geq 2^n U_0$ et montrons que $U_{n+1} \geq 2^{n+1} U_0$

on a : $U_{n+1} = (U_n+1)^2 - 1 > 2 U_n$ et $U_n \geq 2^n U_0$

donc $2 U_n \geq 2^{n+1} U_0$

d'où $U_{n+1} \geq 2^{n+1} U_0$

donc $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \geq 2^n U_0$

on a : $2 > 1 \Longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} 2^n U_0 = +\infty$, $U_0 > 0$

d'où $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$

* soit $V_0 > 0$, $V_{n+1} = (V_n+1)^{1/2} - 1$, pour $n \geq 0$.

on a ici $a = \frac{1}{2} < 1$, donc :

donc $V_{n+1} = (V_n+1)^{1/2} - 1 < \frac{1}{2} V_n$

on a : $V_n < \frac{1}{2} V_{n-1} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} V_{n-2} < \dots < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2} V_0$

donc $0 < V_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n V_0$

on peut montrer par récurrence que $\forall n \geq 0 : 0 < V_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n V_0$

or $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n V_0 = 0$

donc $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 0$

5

Z. Said

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Epreuve d'analyse 1 : 2012 / 2013

Exercice I :

1) La suite est récurrente, donc tous les questions peuvent être résolu par récurrence.

Montrons que $(U_n)_{n\geq 1}$ est croissante

c'est-à-dire $\forall n \geq 1 \quad U_n \leq U_{n+1}$

par récurrence : montrons que $\forall n \geq 1 : \quad U_n \leq U_{n+1}$.

* pour $n = 1$, on a : $U_1 = \sqrt{6}$ et $U_2 = \sqrt{6+\sqrt{6}}$

$U_2 \geq U_1$ car $6 < 6+\sqrt{6}$ et $\sqrt{6} < \sqrt{6+\sqrt{6}}$

* soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, supposons que $U_n \leq U_{n+1}$ et montrons que $U_{n+1} \leq U_{n+2}$.

on a : $U_{n+1} = \sqrt{6+U_n} = f(U_n)$ avec $f(x) = \sqrt{x+6}$

on a f est croissante sur $[-6, +\infty[$
donc on aura facilement les resultats.

on a : $U_n \leq U_{n+1}$ donc comme f est croissante

on aura : $f(U_n) \leq f(U_{n+1})$

c'est à dire $U_{n+1} \leq U_{n+2}$

donc $\forall n \geq 1 \quad U_n \leq U_{n+1}$

Finalement $(U_n)_{n\geq 1}$ est croissante.

Z. Said

② Soit $n \geq 1$: on a :

$$U_{n+1} - 3 = \sqrt{6+U_n} - 3 = \frac{(\sqrt{6+U_n} - 3)(\sqrt{6+U_n} + 3)}{\sqrt{6+U_n} + 3}$$

$$= \frac{6 + U_n - 3^2}{\sqrt{6+U_n} + 3} = \frac{U_n - 3}{\sqrt{6+U_n} + 3}$$

on a : $\sqrt{6+U_n} \geq 0$ donc $\sqrt{6+U_n} + 3 \geq 3$

alors $\dfrac{1}{\sqrt{6+U_n}+3} \leq \dfrac{1}{3}$

donc $|U_{n+1} - 3| = \dfrac{|U_n - 3|}{\sqrt{6+U_n}+3} \leq \dfrac{|U_n - 3|}{3}$

d'où $\forall n \geq 1$: $|U_{n+1} - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_n - 3|$

③ on a : $\forall n \geq 1$: $|U_{n+1} - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_n - 3|$

donc pour $n = 1$, $|U_2 - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_1 - 3|$

$n = 2$: $|U_3 - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_2 - 3| \leq \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} |U_1 - 3| = \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 |U_1 - 3|$

$\vdots$

pour $n = n$: $|U_n - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_{n-1} - 3|$

donc $|U_n - 3| \leq \dfrac{1}{3} |U_{n-1} - 3| \leq \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} |U_{n-2} - 3| \leq \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3} |U_{n-3} - 3|$

on remarque : $|U_n - 3| \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1} |U_1 - 3|$

$$|U_n - 3| \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} |U_1 - 3|$$

on peut montrer par récurrence : $\forall n \geq 1$: $|U_n - 3| \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1} |U_1 - 3|$

* on a : $-1 < \dfrac{1}{3} < 1 \Longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1} |U_1 - 3| = 0 \times |U_1 - 3|$
$= 0$

d'où $\lim\limits_{n \to +\infty} |U_n - 3| = 0 \Longrightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 3$

donc (U_n) est convergente et $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 3$

2

N.13

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Exercice II :

1) on a : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $f(x) = x^2 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$

f est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ comme composée des deux fonctions $x \longmapsto \arctan(x)$ et $x \longmapsto \frac{1}{x}$ qui sont continues sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

le seul problème est dans $x = 0$.

pour que f soit continue dans $x = 0$ il faut que :

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0) = a$, or $\lim_{x \to 0} x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

car $\forall x \in \mathbb{R}^*$: $\left|x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right| \leq \frac{\pi}{2} x^2$ car $-\frac{\pi}{2} < \operatorname{Arctan} x < \pi/2$

et $\lim_{x \to 0} \frac{\pi}{2} x^2 = 0 \Rightarrow \lim_{x \to 0} x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

alors f continue en 0 $\Longleftrightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = f(0) = a$

$\Longleftrightarrow 0 = a$

donc si $a = 0$ alors f sera continue sur $\mathbb{R}$ tout entier.

2) supposons que $a = 0$.

* f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ comme composée de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}^*$: $x \longmapsto \frac{1}{x}$, $x \longmapsto \arctan(x)$ et comme produit de fonctions dérivables : $x \longmapsto x^2$, $x \longmapsto \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$.

* Pour $x = 0$, on a : $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

car $0 \leq \left|x \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right| < \frac{\pi}{2} x$ et $\lim_{x \to 0} \frac{\pi}{2} x = 0$

donc f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$

finalement f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

* $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$: $f'(x) = 2x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) + x^2 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) \times \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2}$

$= 2x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{1 + x^2}$

$= 2x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x^2}{1 + x^2}$

3

b) $f'(0)=0$ et $f'(x) = 2x\arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x^2}{x^2+1}$ $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

* $\lim_{x\to 0} f'(x) = \lim_{x\to 0} \left(2x\arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x^2}{x^2+1}\right) = (2\times 0 - 0) = 0 = f'(0)$

$\Longrightarrow$ f' est continue en 0

* $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $x \longmapsto \frac{x^2}{x^2+1}$, et $x \longmapsto \frac{1}{x}$, $x \longmapsto 2x$

et $x \longmapsto \arctan(x)$ sont des fonctions continues

d'où $f'(x) = 2x\arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x^2}{x^2+1}$ est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

comme somme, produit et composée de ces fonctions.

Finalement f' est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice III :

1) on a : $g(0) = -1$ et $g(1) = (\operatorname{ch} 1 - \cos 1)e^1 > 0$ car $\operatorname{ch}(1) > 1 > \cos 1$

donc $g(0)\,g(1) < 0$, comme g est continue sur $[0,1]$, alors

Le théorème des valeurs intermédiaires $\xRightarrow{\text{TV.I}}$ $\exists\, c \in]0,1[$ tel que : $g(c) = 0$

$\Longrightarrow$ g admet une racine réelle.

2) on a : $x\operatorname{ch} x = x\left(1 + \frac{x^2}{2!} + o(x^3)\right)$

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^3)$

$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + o(x^3)$

d'où $g(x) = \left(x\left(1+\frac{x^2}{2!} + o(x^3)\right) - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + o(x^3)\right)\right)e^x$

$= \left(-1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + o(x^3)\right)\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + o(x^3)\right)$

$= -1\times 1 + (-1)\times x + (-1)\times \frac{x^2}{2} + (-1)\times\frac{x^3}{6} + x\times 1 + x\times x + x\times\frac{x^2}{2}$

$+ \frac{x^2}{2}\times 1 + \frac{x^2}{2}\times x + \frac{x^3}{2}\times 1 + o(x^3)$

en multipliant chaque terme du premier parenthèse jusqu'à obtenir le degré 3 et on passe au terme suivant.

donc $g(x) = -1 + x - x + x^2 + \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} - \frac{x^3}{6} + o(x^3)$

$g(x) = -1 + x^2 + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$

4

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

2) i)

on a : $g(x) = -1 + x^2 + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$

$$g(x) + 1 = x^2 + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$$

$$\frac{g(x)+1}{x^3} = \frac{1}{x} + \frac{4}{3} + o(1) \quad , \text{ pour } x \neq 0$$

$$\frac{g(x)+1}{x^3} - \frac{1}{x} = \frac{4}{3} + o(1)$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{g(x)+1}{x} - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{4}{3} + o(1)\right)$$
$$= \frac{4}{3}$$

ii) On a g est classe C^n, $\forall n \geq 1$,

d'aprés la formule de Taylor-Young on a :

$$g(x) = g(0) + g'(0)x + \frac{g''(0)}{2!}x^2 + \frac{g^{(3)}(0)}{3!}x^3 + o(x^3)$$
$$= -1 + x^2 + \frac{4}{3}x^3 + o(x^3)$$

par identification, on aura :

$$\frac{g^{(3)}(0)}{3!} = \frac{4}{3} \quad \text{donc} \quad g^{(3)}(0) = \frac{3! \times 4}{3} = \frac{4\times 6}{3} = 8$$

d'où $g^{(3)}(0) = 8$

5

Z. Said

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Epreuve de Rattrapage : Février 2012 :

Exercice I : $f(x) = \sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}$

① $D_f = \{x \in \mathbb{R} / \dfrac{2-x}{2+x} \geq 0$ et $x \neq -2\}$: domaine de définition de f

Traçons le tableau de signe pour $\dfrac{2-x}{2+x}$:

x	$-\infty$	-2		2		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$	
$2-x$	$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{2-x}{x+2}$	$-$	‖	$+$	0	$-$	

D'après le tableau on a : $D_f =]-2, 2]$

② on a : $x \longmapsto 2-x$ est continue sur D_f

$x \longmapsto 2+x$ est continue sur D_f

alors $x \longmapsto f(x) = \sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}$ est continue sur D_f

car : $x \longmapsto \sqrt{x}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$ et $\forall x \in D_f$: $\dfrac{2-x}{2+x} \geq 0$

donc $x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}} = f(x)$ est bien définie sur D_f

③ i) D'abord f est dérivable sur $]-2, 2[$

car : $x \longmapsto 2-x$, $x \longmapsto 2+x$, $x \longmapsto \dfrac{2-x}{2+x}$, $x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}$ sont des fonctions dérivables sur $]-2,2[$ et f est produit et composé de ces fonctions

Z. said

1

$\forall x \in]-2,2[\;:\; f'(x) = \dfrac{\left(\dfrac{2-x}{2+x}\right)'}{2\sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}}$

on a : $\forall x \in]-2,2[\;:\; \left(\dfrac{2-x}{2+x}\right)' = \dfrac{(2-x)'(2+x) - (2+x)'(2-x)}{(2+x)^2}$

$= \dfrac{-(2+x) - (2-x)}{(2+x)^2}$

$= \dfrac{-2-x-2+x}{(2+x)^2}$

$= \dfrac{-4}{(2+x)^2}$

d'où $\forall x \in]-2,2[\;:\; f'(x) = \dfrac{-4}{(2+x)^2} \times \dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}}$

$= \dfrac{-2}{(2+x)^2 \dfrac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x}}}$

$= \dfrac{-2\sqrt{2+x}}{(2+x)^2\sqrt{2-x}}$

$= \dfrac{-2}{(2+x)^{2-\frac{1}{2}}\sqrt{(2-x)}}$

$= \dfrac{-2}{(2+x)^{3/2}\sqrt{2-x}} < 0$

car $\forall x \in]-2,2[\;,\; (2+x)^{3/2}\sqrt{2-x} > 0$

d'où f est strictement décroissante sur $]-2,2[$

ii) on a : f est décroissante strictement donc :

$\forall x \in [0,1] \;:\; 0 \le x \le 1 \Rightarrow f(1) \le f(x) \le f(0)$

$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{1}{3}} \le f(x) \le \sqrt{\dfrac{2}{2}}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{3}} \le f(x) \le 1$

2

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

4) $g : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$
$x \longmapsto f(x) - x$

a) * g est continue sur $[0,1]$ car :
f est contie sur $[0,1]$ (f est contie sur $]-2,2[$ et $[0,1] \subset]-2,2[$)
et $x \longmapsto x$ est aussi contie sur $[0,1]$

* $g(0) = f(0) - 0 = 1 > 0$
$g(1) = f(1) - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}} - 1 = \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} < 0$

alors : $g(0)\, g(1) < 0$

donc le théorème des valeurs intermédiaires

$\Longrightarrow \exists\, c \in]0,1[$ tel que $g(c) = 0$

b) On a : $\exists\, c \in]0,1[$ tel que $g(c) = 0$

donc $\exists\, c \in]0,1[$ tel que : $f(c) - c = 0$

D'où $\exists\, c \in]0,1[$ tel que $f(c) = c$

donc l'equation $f(x) = x$ admet au moins une solution dans $]0,1[$.

Montrons que cette solution est unique.

* On a f est strictement décroissante sur $]0,1[$

donc la solution est unique

D'où $\exists !\, c \in]0,1[$ tel que $f(c) = c$

3

Z. said

Exercice II :

① soit $x>0$, appliquons le théorème des accroissements finis sur $f(t)=\ln(t)$ sur l'intervalle $[x,x+1]$ pour $x>0$

* la fonction $f(t)=\ln(t)$ est continue sur $[x,x+1]$ $\forall x>0$ et dérivable sur $]x,x+1[$ $\forall x>0$

donc d'après le théorème des accroissements finis :

$$\exists\, c\in\,]x,x+1[\text{ tq: } \ln(x+1)-\ln(x)=(x+1-x)\ln'(c)$$

donc $\exists\, c\in\,]x,x+1[$ tq : $\ln(x+1)-\ln(x)=\frac{1}{c}$

$$c\in\,]x,x+1[\implies x<c<x+1$$

$$\implies \frac{1}{x+1}<\frac{1}{c}<\frac{1}{x}$$

donc $\frac{1}{x+1}<\ln(x+1)-\ln(x)<\frac{1}{x}$

d'où $\forall x>0$: $\frac{1}{x+1}<\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)<\frac{1}{x}$

② soit $n\geq 2$: on a :

$$\frac{1}{n+1}<\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)<\frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=2}^{k}\frac{1}{n+1}<\sum_{n=2}^{k}\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)<\sum_{n=2}^{k}\frac{1}{n}$$

donc $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{k+1}\right)<\ln\left(\prod_{n=2}^{k}\frac{n+1}{n}\right)<\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}\right)$

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{k+1}\right)<\ln\left(\frac{k+1}{2}\right)<\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k}\right)$$

k et n jouent le même rôle donc pour $k=n$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}<\ln(n+1)-\ln(2)<\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$$

on a : $\ln(n+1)<\ln(2)+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

car $\ln(2)<1$

donc $\ln(n+1)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$

on a : $\frac{1}{k+1} < \ln(k+1) - \ln(k)$

donc pour $k = 1, 2, 3, \dots, n-1$

on a : $\frac{1}{2} < \ln(2) - \ln(1)$

$\frac{1}{3} < \ln(3) - \ln(2)$

$\vdots$

$\frac{1}{n-1} < \ln(n-1) - \ln(n-2)$

$\frac{1}{n} < \ln(n) - \ln(n-1)$

donc $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \ln(n) - \ln(1)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \ln(n)$ car $\ln(1) = 0$

d'où $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \ln(n) + 1$

Finalet $\ln(n+1) < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} < \ln(n) + 1$

3 $\quad U_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$

d'aprés la question 2 on a :

$\ln(n+1) < U_n < 1 + \ln(n)$

pour $n \geq 1$, $\ln(n+1) \neq 0$

donc $1 < \frac{U_n}{\ln(n+1)} < \frac{1 + \ln(n)}{\ln(n+1)}$

alors $1 < \frac{U_n}{\ln(n+1)} < \frac{1}{\ln(n+1)} + \frac{\ln(n)}{\ln(n+1)}$

5

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Montrons que $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{U_n}{\ln(n+1)} = 1$

pour cela, il suffit de montrer que:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\ln(n+1)} + \frac{\ln(n)}{\ln(n+1)} = 1$$

$*$ on a: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\ln(n+1)} = 0$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln(n+1) = 0$

$*$ $$\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{\ln(n+1)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{\ln(n(1+\frac{1}{n}))} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{\ln(n)+\ln(1+\frac{1}{n})}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{1+\frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)}}$$

$*$ calculons $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)}$

$*$ $$\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\ln(n)} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{\ln(n)}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} \times \frac{1}{n\ln(n)}$$

on a: $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1$. car $\frac{1}{n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$

et $\lim\limits_{X\to 0} \frac{\ln(1+X)}{X} = 1$

et on a: $\lim\limits_{n\to+\infty} n\ln(n) = +\infty$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n\ln(n)} = 0$

d'où $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} \times \dfrac{1}{n \ln n} = 1 \times 0$
$= 0$

donc $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{\ln(n)}{\ln(n+1)} = 1$

Alors : $\lim_{n \to +\infty} \dfrac{1}{\ln(n+1)} + \dfrac{\ln(n)}{\ln(n+1)} = 0 + 1$
$= 1$

et on a : $1 < \dfrac{U_n}{\ln(n+1)} < \dfrac{1}{\ln(n+1)} + \dfrac{\ln(n)}{\ln(n+1)}$

donc d'aprés le théorème de Gendarme on a :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{U_n}{\ln(n+1)} = 1$$

d'où l'équivalent de U_n est $\ln(n+1)$

d'où $U_n \sim \ln(n+1)$

* On a : $U_n \sim \ln(n+1)$

et $\lim_{n \to +\infty} \ln(n+1) = +\infty$ donc $\lim_{n \to +\infty} U_n = +\infty$

Alors $(U_n)_n$ est divergente.

4) on a : $V_n = U_n - \ln(n)$ donc :

$V_{n+1} = U_{n+1} - \ln(n+1) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} - \ln(n+1)$
$= U_n - \ln(n+1) + \frac{1}{n+1}$

$V_{n+1} - V_n = U_{n+1} - \ln(n+1) - U_n + \ln(n)$
$= U_{n+1} - U_n + \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$
$= \frac{1}{n+1} + \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$
$= \frac{1}{n+1} - \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

Z. said

r. 12

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

$V_{n+1} - V_n = \frac{1}{n+1} - \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) < 0$

car $\frac{1}{n+1} < \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ d'après (1)

donc (V_n) est strictement décroissante.

(5) montrons que $\gamma = \lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n} - \ln n\right)$

$= \lim_{n\to+\infty} (U_n - \ln n)$

$= \lim_{n\to+\infty} V_n$ existe

c'est à dire montrons que (V_n) est convergente

d'abord (V_n) est strictement décroissante, donc il suffit de montrer qu'elle est minorée :

on a : $\ln(n+1) < U_n < 1 + \ln(n)$

donc $\ln(n+1) - \ln(n) < U_n - \ln(n) < 1$

Alors $\ln\left(\frac{n+1}{n}\right) < V_n < 1$

or $\frac{n+1}{n} > 1$ car $n+1 > n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$

donc $\ln\left(\frac{n+1}{n}\right) > \ln(1) = 0$

car $x \longmapsto \ln(x)$ est croissante sur $[1, +\infty[$

8 d'où $0 < V_n < 1$ Z. said

donc (V_n) est minorée par 0

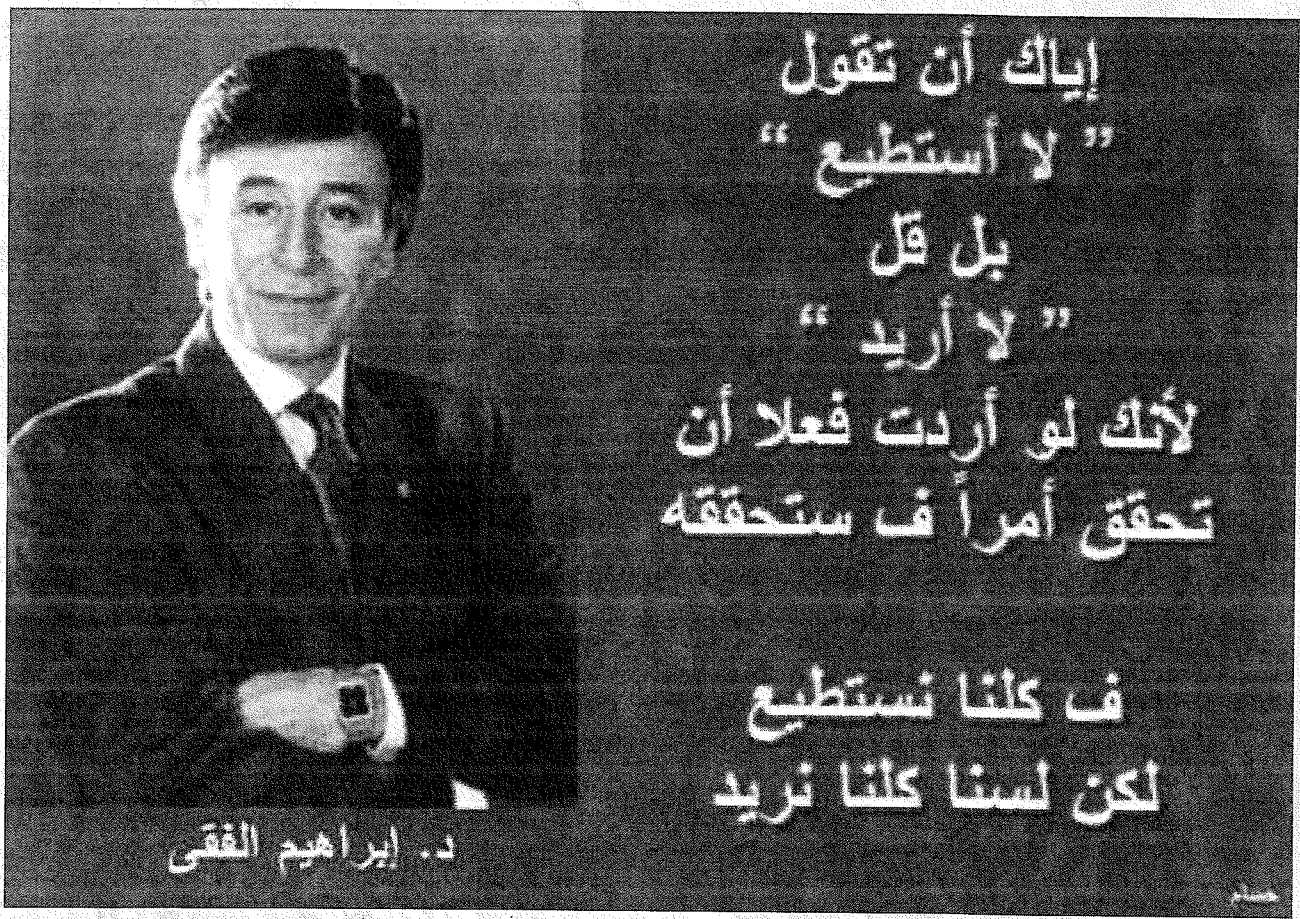
Finalement (V_n) est convergente.

d'où $\gamma = \lim\limits_{n \to +\infty} V_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$ existe

* on a : $0 < V_n < 1$

donc $\lim\limits_{n \to 0} 0 < \lim\limits_{n \to +\infty} V_n < \lim\limits_{n \to +\infty} 1$

$$0 < \gamma < 1$$



"كن أنت التغيير الذي تريد أن تراه في العالم"

Solution de epreuve (2013/2014) D'ANALYSE 1 NORMAL

Exercice 1

$$f(x) = \sin^4(x)\, sh^2(x)$$

Rappel $DL_0^n \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \dots\dots$

$DL_0^n sh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots\dots$

$$DL_0^{(8)} \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + x^8\varepsilon(x)$$

$$DL_0^{(8)} \sin^2(x) = \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}\right)\left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}\right) + x^8\varepsilon(x)$$

$$DL_0^{(8)} \sin^2(x) = x^2 - \frac{x^4}{3} + \frac{2}{45}x^6 - \frac{1}{120}x^8 + x^8\varepsilon(x)$$

$$DL_0^{(8)} \sin^4(x) = \sin^2(x) \times \sin^2(x)$$

$$DL_0^{(8)} \sin^4(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^6 + (???)x^8 + x^8\varepsilon(x)$$

$$DL_0^{(8)} sh^2(x) = \left(x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!}\right)\left(x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!}\right) + x^8\varepsilon(x)$$

$$DL_0^{(8)} f(x) = \left(x^4 - \frac{2}{3}x^6 + (???)x^8\right)\left(x^2 + \frac{x^4}{3!} + \frac{2}{45}x^6 + \frac{1}{420}x^8\right) + x^8\varepsilon(x)$$

$$\boxed{DL_0^{(8)} f(x) = x^6 - \frac{1}{3}x^8 + x^8\varepsilon(x)}$$

2°/ d'apr de TALyoR

$$f(x) = \frac{f^{(0)}(0)}{0!}x^0 + \frac{f^{(1)}(0)}{1!}x + \frac{f^{(2)}(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)x^3}{3!} \dots + \frac{f^{(8)}(0)}{8!}x^8 + x^8\varepsilon(x)$$

Par Comparaison des puissance

$$\frac{f^{(8)}(0)}{8!}x^8 = -\frac{1}{3}x^8 \Rightarrow \boxed{f^{(8)}(0) = -\frac{8!}{3}}$$

b°/ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^8} - \frac{1}{x^2}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^6 - \frac{1}{3}x^8 + x^8\varepsilon(x)}{x^8} - \frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0} \cancel{\frac{1}{x^2}} - \frac{1}{3} + \underbrace{\varepsilon(x)}_{\to 0} - \cancel{\frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{3}$$

$$\boxed{\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^8} - \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{3}}$$

Exercice 2

$U_1 = 1 \quad U_{n+1} = 1 + \frac{U_n}{2} \; ; \forall n \geq 1$

1°/ Montre que $U_n < 2 \quad \forall n \geq 1$

$U_1 < 2$

On suppose que $U_n < 2$ vrai et on vérifie que $U_{n+1} < 2$

$U_n < 2$

$\frac{U_n}{2} < 1$

hypothèse $\frac{U_n}{2} + 1 < 2 \Rightarrow U_{n+1} < 2$

Par récurrence $U_n < 2$

2°/ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

$U_{n+1} - U_n = 1 + \frac{U_n}{2} - U_n = 1 + \frac{U_n - 2U_n}{2}$

$= 1 - \frac{U_n}{2} > 0$

D'où (U_n) est croissante

3°/ U_n est croissante majorée par 2 $\Rightarrow U_n$ convergente vers une limite l

D'après la relation récurrence

$l = \lim_{n \to \infty} U_{n+1} = \lim \left(1 + \frac{U_n}{2}\right) = 1 + \frac{l}{2}$

D'où $l = 2$

Exercice 3

$f(x) \begin{cases} \frac{1}{x} \arcsin x^2 & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

1°/

$x \to \frac{1}{x}$ continue sur $\mathbb{R}^*$

$x \to \arcsin x^2$ continue sur $]-1, 1[$

f comme produit de deux fonctions continue sur $]-1, 0[\cup]0, 1[$

En $x=0$?

Par le DL de $\arcsin(x)$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + o(1) \Rightarrow \arcsin(x) = x + o(x)$

$\Rightarrow \arcsin(x^2) = x^2 + o(x^2)$

D'où $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \arcsin(x^2)$

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(x^2 + o(x^2)\right)$

$\lim_{x\to 0} x + o(x) = 0$

Comme $f(0) = 0$ Alors f est continue en 0

Ansi f est continue sur I

2°/ +/ Pour $x \neq 0$ f est derivable en x comme produit et est composé de fonction derivable.

+/ $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \arcsin(x^2) + \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2)^2}} \times \frac{1}{x}$

$= -\frac{1}{x^2} \operatorname{Arc}\sin(x^2) + \frac{2}{\sqrt{1-x^4}}$

+/ Pour $x = 0$

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} \operatorname{Arc}\sin(x^2)$

$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\left(x^2 + o(x^2)\right) = \lim_{x\to 0} 1 + o(1) = 1$ f est derivble en 0 est $f'(0) = 1$ Ansi f est derivable sur I

Exercice 1.

1. On considère le système suivant et on applique la méthode de Gauss

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & x \\ 0 & 1 & -1 & 1 & y \\ 1 & 0 & 1 & 1 & z \\ 1 & 1 & 0 & 2 & t \end{array} \xrightarrow[L_4 - L_1 \to L_4]{L_3 - L_1 \to L_3} \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & x \\ 0 & 1 & -1 & 1 & y \\ 0 & -1 & 1 & -1 & z-x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t-x \end{array} \xrightarrow{L_3 + L_2 \to L_3} \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 2 & x \\ 0 & 1 & -1 & 1 & y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z-x+y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t-x \end{array}$$

Donc $\left\{\begin{array}{lll} -x+y+z & = & 0 \\ -x+t & = & 0 \end{array}\right.$ *sont des équations cartésiennes de* F. *2. La solution des système homogène qui défini* F, *donne* $F = \{(t, -z+t, z, t)/z, t \in \mathbb{R}\}$. *On a* $(t, -z+t, z, t) = t(1,1,0,1)+z(0,-1,1,0)$ *où* t *et* z *sont des inconnues secondaires, donc* $\{(1,1,0,1),(0,-1,1,0)\}$ *est une base de* F.

Exercice 2.

1. H *est l'ensemble des solutions d'un système homogène. donc* H *est un sev de* $\mathbb{R}^4$.

2. On applique la méthode de gauss

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & 1 & -1 & -3 \end{array} \xrightarrow[L_3 - 3L_1 \to L_3]{L_2 - 4L_1 \to L_2} \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \end{array} \xrightarrow{L_3 - L_2 \to L_3} \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Posons $u_1 = (1,-1,2,-2)$ *et* $u_2 = (0,4,-7,3)$, *alors* $B_1 = (u_1, u_2)$ *est une base de* G. *On trouve que* $H = \{(-y, y, 2y-2t, t)/y, t \in \mathbb{R}\}$ *(on a considérer ici* y *et* t *comme inconnues secondaires). On a* $(-y, y, 2y-2t, t) = y(-1,1,2,0)+t(0,0,-2,1)$ *où* y *et* t *sont des inconnues secondaires, donc* $B_2 = (v_1, v_2)$ *est une base de* H *où* $v_1 = (-1,1,2,0)$ *et* $v_2 = (0,0,-2,1)$.

3. On considère la juxtaposition des deux bases (B_1, B_2) *et on applique la méthode de Gauss*

$$\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{array} \xrightarrow{L_3 + L_1 \to L_3} \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{array} \xrightarrow{2L_4 + L_3 \to L_4} \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Posons $v = (0,0,4,-2)$, *alors d'après la dernière matrice on a* $\{u_1, u_2, v\}$ *est une base de* $G+H$.

Notons les vecteurs lignes de la deuxième matrice par u_1', u_2', v_1', v_2'. *La quatrème ligne de la dernière matrice est nulle, donc* $0 = 2v_2' + v_1' = 2v_2 + v_1 + u_1$, *donc* $u_1 = -2v_2 - v_1$. *Alors* $\{u_1\}$ *est une base de* $H \cap G$.

4. Non car $H \cap G \neq \{0\}$.

5. La dernière matrice est à ligne échelonées et les vecteurs sont écrits en lignes, comme les colonnes pivots sont les colonnes 1, 2 et 3, alors on peut compléter $\{u_1, u_2, v\}$ *par le vecteur* $e_4 = (0,0,0,1)$. *Par suite le sev* $sev\langle e_4\rangle$ *est un supplémentaire de* $G+H$.

6. On a $\{u_1, u_2, v\}$ *est une base de* $G+H$ *et* $\{u_1\}$ *est une base de* $H \cap G$, *alors le sev* $sev\langle u_2, v\rangle$ *est un supplémentaire de* $H \cap G$ *dans* $G+H$.

Exercice 3.

1. Dans la première équation on a 3^2 *et* y^2 *sont positives, donc* $x^3 z$ *l'est aussi. Comme les exposants de* x *et de* z *sont impairs, alors* x *et* z *sont du même signe. De la même façon, on tire de la deuxième équation que* x *et* y *sont du même signe et de la troisième équation que* y *et* z *sont du même signe. En conclusion,* x, y *et* z *sont du même signe.*

2. On applique la fonction $\ln$ *pour obtenir*

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 3\ln|x| + 2\ln|y| + \ln|z| & = 2\ln(3) \\ \ln|x| + 3\ln|y| + 2\ln|z| & = 7\ln(2) - 7\ln(3) \\ 2\ln|x| + \ln|y| - \ln|z| & = 11\ln(3) - 11\ln(2) \end{cases}$$

On considère le tableau complet de ce dernier système et on applique la méthode de Gauss :

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 2\ln(3) \\ 1 & 3 & 2 & 7\ln(2) - 7\ln(3) \\ 2 & 1 & -1 & 11\ln(3) - 11\ln(2) \end{array} \xrightarrow[3L_3 - 2L_1 \to L_3]{3L_2 - L_1 \to L_2} \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 2\ln(3) \\ 0 & 7 & 5 & 21\ln(2) - 23\ln(3) \\ 0 & -1 & -5 & 29\ln(3) - 33\ln(2) \end{array}$$

$$\xrightarrow{7L_3 + L_2 \to L_3} \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 2\ln(3) \\ 0 & 7 & 5 & 21\ln(2) - 23\ln(3) \\ 0 & 0 & -30 & 180\ln(3) - 210\ln(2) \end{array} \xrightarrow{\frac{-1}{30}L_3 \to L_3} \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 2\ln(3) \\ 0 & 7 & 5 & 21\ln(2) - 23\ln(3) \\ 0 & 0 & 1 & -6\ln(3) + 7\ln(2) \end{array}$$

Alors $\ln|z| = -6\ln(3) + 7\ln(2)$ *et donc* $|z| = \frac{2^7}{3^6}$.
$\ln|y| = -2\ln(2) + \ln(3)$ *et donc* $|y| = \frac{3}{2^2}$.
$\ln|x| = 2\ln(3) - \ln(2)$ *et donc* $|x| = \frac{3^2}{2}$.
En conclusion, $S = \{(\frac{3^2}{2}, \frac{3}{2^2}, \frac{2^7}{3^6}), (-\frac{3^2}{2}, -\frac{3}{2^2}, -\frac{2^7}{3^6})\}$.

Remarques.

Exercice 1

1. On peut aussi utiliser la méthode du rang.

2. Si on change les inconnues secondaires on obtient une autre base.

Exercice 2

2. On peut écrire les vecteurs en colonnes et on utilise des opérations de colonnes, et on peut aussi répondre à la question en donnant une base extraite des vecteurs u *,* v *et* w.

6. Si le vecteur de la base de $H \cap G$, *par exemple* s, *trouver par l'étudiant n'est pas un élément de la base de* B *de* $H + G$, *dans ce cas on cherche par exemple les coordonnées du vecteur* s *dans la base* B *et on applique la méthode du rang pour compléter ce vecteur à une base de* $H + G$, *ce qui donne une base d'un supplémentaire de* $H \cap G$ *dans* $H + G$.

HICHAM

تلك الأيام

Epreuve d'Algebre
2011/2012 Rattrapage

Exercice 1 Espace vectoriel $\mathbb{R}^4$

Rappel des bases canonique

$e_1=(1\ 0\ 0\ 0)$; $e_2(0\ 1\ 0\ 0)$; $e_3(0\ 0\ 1\ 0)$

$e_4=(0\ 0\ 0\ 1)$ de bases canonique tjrs libre

~~Ca~~ parce que ~~c~~ est une base

Donnés $a=(1\ 1\ 1\ 1)$ $b=(2,3,2\ 1)$ $c=(4\ 1\ 1\ 1)$

1) $d = a - 3b + 2c$?

$$d = (1,1,1,1) + 2(4,1,1,1) - 3(2,3,2,1)$$
$$= (1,1,1,1) + (8,2,2,2) - (6,9,6,3)$$
$$d = (3,-6,-3,0)$$

2) $g = d + \alpha(e_1 + e_4)$
$$= (3,-6,-3,0) + \alpha\big((1,0,0,0) + (0,0,0,1)\big)$$
$$g = (3+\alpha,-6,-3,\alpha)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 3+\alpha & -6 & -3 & \alpha \end{pmatrix} \xrightarrow{C_1 \leftrightarrow C_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ -3 & -6 & 3+\alpha & \alpha \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{L_3 - L_1 \\ L_4 + 3L_1}]{L_2 - 2L_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & \alpha+6 & \alpha-3 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_4 + 3L_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha+6 & \alpha-6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cancel{L_4+3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\alpha-18 \end{pmatrix}$$

Pour la valeur de $\alpha \in \mathbb{R}$

à condition de la famille $\{a, b, c, g\}$

base de $\mathbb{R}^4$ ssi $3\alpha - 18 \neq 0$

$$\boxed{\alpha \neq 6}$$

II Espace vectoriel de $\mathbb{R}^5$

1) * $F = \text{sev}\langle S \rangle$? ** $G = \text{sev}\langle T \rangle$?

$$* \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 7 & 8 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F = \text{sev}\langle u_1, u_2 \rangle$$

$$** \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{c} w_1 \\ w_2 \\ \\ \end{array} \quad G = \text{sev}\langle w_1, w_2 \rangle$$

2) $F \cap G$?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ w_1 \\ w_2 \end{array} \xrightarrow{L_3 - L_1}$$

$$\begin{array}{c} u_1' \\ u_2' \\ w_1' \\ w_2' \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 4 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_4 + L_2} \begin{array}{c} u_1'' \\ u_2'' \\ w_1'' \\ w_2'' \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_4 - L_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -4 & 0 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$0 = w_2'' - w_1'' = (w_2' - u_2') - w_1' = (w_2 - u_2) - (w_1 - u_1)$$

$(w_2 - w_1) + (u_1 - u_2) = 0$ نادي النجاح

$\Rightarrow (w_2 - w_1) = -(u_1 - u_2) \Rightarrow u_2 - u_1 = w_2 - w_1$

Donc $\{(u_2 - u_1)\}$ la base de $F \cap G$

Exercice 2 Espace Affine $\mathbb{R}^3$

$A(1, -1, 2)$

$\vec{u} = (0\ 1\ 1)$ $\vec{v} = (1\ 1\ 0)$ $\vec{w} = (1\ 0\ 1)$

1) Vérifier $R' = (A, \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\})$

$$\begin{array}{ccc|c} x & y & z & \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{array} \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_1} \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\longrightarrow \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l} z = 0 \\ y = 1 \\ x = -2 \end{array} \rightarrow$$

Ainsi que $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont libre

$\Rightarrow (A, \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\})$ et un repère Cartésien

2) $P : x + y - z = 2$

Rappel

Pour vérifier une vecteur $\in \vec{P}$

$P : ax + by + cz = d \Longrightarrow \vec{P} = ax + by + cz = 0$

a) $\vec{u} \in \vec{P}$; $\vec{w} \in \vec{P}$

$\vec{P} : x + y - z = 0$

$\vec{u}$: $0 + 1 - 1 = 0$ $\vec{u} \in \vec{P}$

$\vec{v}$: $1 + 0 - 1 = 0$ $\vec{v} \in \vec{P}$

b) On a $P : x + y - z = 2$

l'origine $O(1 \ 1 \ 0)$ ← car $1 + 1 - 0 = 2$

Pour d' : $A(1 \ -1 \ -2)$

$\vec{OA}(0, -2, -2)$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 1 & & -2 \\ 1 & 1 & & -2 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -2 \\ \boxed{x + y = -2} \end{array} \right.$$

l'équation cartésienne

c) l'équation paramétrique

$$(P') \left\{ \begin{array}{l} x = 1 + k \\ y = -1 + t + k \\ z = -2 + t + k \end{array} \right. \quad (k, t) \in \mathbb{R}$$

d) voir le cours

$P \cap P'$ $\left\{ \begin{array}{l} P : ax + by + cz = d \\ P' : a'x + b'y + c'z = d' \end{array} \right.$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$ P confondues à P'

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \neq \frac{d}{d'}$ $P' \parallel P$

$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \neq \frac{d}{d'}$ $P \times P'$

ليس المهم أن تجيب عن جميع الأسئلة

بل المهم أن تجيب عن أكبر عدد من الأسئلة

بطريقة صحيحة

Hicham

Epreuve d'Algèbre نادي النجاح

2012/2013

Rattrapage

Exercice 1

$$(S) = \begin{cases} x - y + z + t = 0 \\ 3x - 3y + 3z + 2t = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 5x - 5y + 5z + 7t = 0 \end{cases}$$

Tableau Complet

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & -5 & 5 & 7 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{L_3 - L_1 \\ L_4 - 5L_1}]{L_2 - 3L_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[L_4 + 2L_2]{L_3 - L_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \qquad x = y - z \qquad t = 0$$

$$Sol(S) = \{ (y - z, y, z, 0)_{y,z \in \mathbb{R}} \}$$

$$(T) \begin{cases} x + y + mz = m \\ x + y - z = 1 \\ x + my - mz = 1 \end{cases}$$

Tableau Complet

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & m \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -m & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[L_3 - L_1]{L_2 - L_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & m \\ 0 & 0 & -1-m & 1-m \\ 0 & m-1 & -2m & 1-m \end{array}\right) \xrightarrow{L_2 \leftrightarrow L_3}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & m & m \\ 0 & m-1 & -2m & 1-m \\ 0 & 0 & -1-m & 1-m \end{array}\right)$$

si $m = (-1)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

Système incompatible $Sol(S) = \emptyset$

si $m \neq -1$

$$\begin{cases} x + y + mz = m \\ (m-1)y - 2mz = 1-m \\ (-1-m)z = 1-m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -mz - y \\ y = \dfrac{(1-m) + 2mz}{(m-1)} \\ z = \dfrac{1-m}{-1-m} = \dfrac{m-1}{1+m} \end{cases}$$

$$y = \frac{(1-m) + 2m\left(\frac{m-1}{1+m}\right)}{m-1} = \frac{(1-m)(1+m) + 2m^2 - 2m}{(m+1)(m-1)}$$

$$= \frac{1 - m^2 + 2m^2 - 2m}{(m+1)(m-1)} = \frac{1 + m^2 - 2m}{(m-1)(m+1)}$$

$$y = \frac{(m-1)\cancel{(m-1)}}{\cancel{(m-1)}(m+1)} = \frac{m-1}{m+1}$$

$$x = -\frac{m^2 - m}{1+m} - \frac{m-1}{m+1} = \frac{-m^2 + m - m + 1}{m+1} = \frac{\cancel{(m+1)}(m-1)}{\cancel{(m+1)}}$$

$$x = (m-1)$$

$$Sol(T) = \left\{\left((m-1), \left(\frac{m-1}{m+1}\right), \left(\frac{m-1}{m+1}\right)\right)\right\}_{m \in \mathbb{R}}$$

2

1

correction de l'examen de la Thermodynamique de la session normale 2013/2014

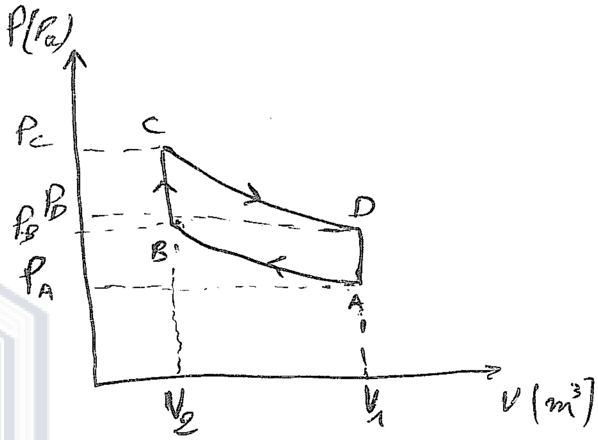
Les donnes du problémes :

$T_1 = 300\,K$ de A vers B

$V_2 = 0{,}0067\ m^3$ de B vers C

$T_2 = 500\,K$ de C vers D

$V_1 = 0{,}01\,m^3$ de D vers A



l'état A : $\begin{cases} P = 10^5\,Pa \\ V = 0{,}01\ m^3 \\ T = 300\,K \end{cases}$

1) pour calculer le nombre de moles de gaz on utilisé la relation des gaz parfait :

$$PV = nRT \implies P_A V_A = n\,R\,T_A$$

$$\iff n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{10^5 \cdot 0{,}01}{(8{,}32)(300)} \boxed{= 0{,}4\,mol}$$

2) l'état B : on a un Transformation isotherme donc $T_A = T_B$. et on a d'aprés le diagrame PV

$V_B = V_2$ donc $P_B = \dfrac{n\,R\,T_B}{V_B} = 1{,}49 \cdot 10^5\,Pa$

②

donc l'état B $\begin{cases} P = 1{,}49 \cdot 10^5 \, Pa \\ V = 0{,}0067 \, m^3 \\ T = 300 \, K \end{cases}$

* l'état C : on a la transformation de B à C est une transformation isochore $V_B = V_C$

et d'aprés le diagrame de (P,V) on la Transformation de C à D est isotherme donc $T_C = T_D$

on conclure que $P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{(0{,}4) \cdot (8{,}32)(500)}{0{,}0067}$

$$\boxed{P_C = (2{,}48) 10^5 \, Pa}$$

donc l'état C $\begin{cases} P = 2{,}48 \cdot 10^5 \, Pa \\ V = 0{,}0067 \, m^3 \\ T = 500 \, K \end{cases}$

* l'état D : on a la transformation de C vers D est isotherme $\Rightarrow T_D = T_C$

et on a la transformation de D vers A est isochore donc $V_D = V_A$ on calcule P_D

$$P_D = \frac{nRT_D}{V_D} = \frac{(0{,}4)(8{,}32)(500)}{0{,}01} = 1{,}66 \cdot 10^5 \, Pa$$

l'état D $\begin{cases} P = 1{,}66 \cdot 10^5 \, Pa \\ V = 0{,}01 \, m^3 \\ T = 500 \, K \end{cases}$

3) a) la transformation A vers B , T = cte

* $W = -\int P\,dV$

$= -nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$W_{AB} = 399{,}83\,J \simeq 400\,J$

* $Q_{AB} = \underbrace{\int_{T_A}^{T_B} c_v\,dT}_{0} + \int_{V_A}^{V_B} P\,dV = \int_{V_A}^{V_B} P\,dV = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$Q_{AB} = -400\,J$

* $\Delta U_{AB} = W + Q = 0\,J$

* $\Delta H_{AB} = c_p\,(T_f - T_i)$ 2ème loi de joule

$\Delta H_{AB} = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}\left(T_B - T_A\right) = 0\,J$ car $T_B = T_A$

b) la transformation de B vers C : V = cte

* travail $W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P\,dV = 0 \Rightarrow$ transformation isochore

* Quantité de chaleur $Q = \int_{T_B}^{T_C} c_v\,dT + \int_{V_B}^{V_C} \cancel{P\,dV}^{\,0} = \int_{T_B}^{T_C} c_v\,dT = c_v\left(T_C - T_B\right)$

$Q_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_C - T_B\right) = 1664\,J$

* Energie interne $\Delta U_{BC} = W + Q = Q = 1664\,J$

* Entalpie $\Delta H_{BC} = c_p\left(T_C - T_B\right) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}\left(T_C - T_B\right) = 2329{,}6\,J$

c) la transformation de C vers D ; $T = cte$

le travail $W_{CD} = \int -PdV = -nRT \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$

$$W_{CD} = -666,39\ J$$

Quantité de chaleur $Q = \int_{T_C}^{T_D} c_v dT + \int_{V_C}^{V_D} PdV$.

$$Q_{CD} = nRT \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = 666,39\ J$$

$\Delta U_{CD} = Q + W = 0$

$\Delta H_{CD} = c_p \Delta T = 0$

d) La transformation de D vers A , $V = cte$

le travail : $W_{DA} = \int -PdV = 0$

Quantité de chaleur $Q_{DA} = \int_{T_D}^{T_A} c_v dT + \int_{V_D}^{V_A} PdV$

$$Q_{DA} = c_v(T_A - T_D) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D)$$

$$Q_{DA} = -1664\ J$$

Energie interne $\Delta U = W + Q = Q = -1664\ J$

Entalpie : $\Delta H = c_p(T_A - T_D) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}(T_A - T_D)$

$$\Delta H = -2329,6\ J$$

4) le travail total

$$W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$W_{tot} = 400 + 0 - 666,39 + 0$$

$$\boxed{W_{tot} = -266,39\ J}$$

le travail tot est negatif $W_{tot} < 0$

la nature de cycle est un moteur

5) la quantité de chaleur totot

$$Q_{tot} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

$$= -400 + 1664 + 666,39 - 1664$$

$$= 266,39\ J$$

l'energie interne

$$\Delta U_{cycle} = Q_{tot} + W_{tot} = 266,39 - 266,39 = 0\ J$$

6) le premier principe de la Thermodynamique est:

la variation d'energie interne est egal la variation de la quantité chaleur plus la variation du travail

$$\Delta U = W + Q\ :$$

et pour le cycle

$$\Delta U_{cycle} = Q_{tot} + W_{tot}$$

le premier principe est vérifié

parce que $\Delta U_{cycle} = 0$

7) La nature de cycle thermodynamique est un moteur car les sens de cycle ~~est~~ du même sens de l'éguille d'un montre

et $W_{tot} < 0$, $Q_{tot} > 0$

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

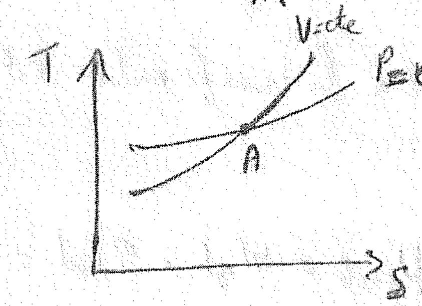
correction de l'examan
2012/2013 rattrapage
Thermodynamique

Question du cours :

a) on a $PV = nRT$ on prend $P = 1{,}013.10^5 Pa$, $V = 22{,}4\,l$ et $T = 0°C$

donc $R = \frac{PV}{nT} = \frac{1{,}013.10^5 \cdot 22{,}4.10^{-3}}{1 \cdot 273{,}15} = 8{,}31\ J/K.mol$

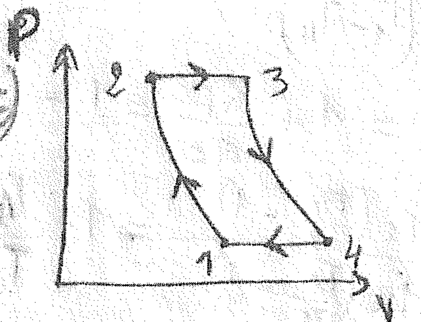
b)



Problème

1) a) la transformation de 2 à 3 est isobare donc $P_2 = P_3$

b, c)



2) a) on $PV^\gamma = cte$ et on $V = \frac{nRT}{P}$

donc $P\left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma = cte \Leftrightarrow P \cdot P^{-\gamma} \cdot T^\gamma \cdot (nR)^\gamma = cte$

donc $P^{1-\gamma} T^\gamma = cte$

b) On a $T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte$

donc $T_1^{\gamma} P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} P_2^{1-\gamma} = cte$

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Leftrightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

et $T_3 P_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_4 P_4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Leftrightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

3) a) $Q_C = c_p (T_3 - T_2)$ car la transformation est isobare

b) $Q_F = c_p (T_1 - T_4)$ car la transformation est isobare

4) le premier principe $\Delta U_{cycle} = W_{tot} + Q_{tot} = 0$

$Q_{tot} = - W_{tot} \Leftrightarrow Q_C + Q_F = - W_{tot}$

$W_{tot} = - c_p (T_3 - T_2) - c_p (T_1 - T_4)$

5) $\eta = \dfrac{-W_{tot}}{Q_{reçu}} = \dfrac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{c_p(T_1 - T_4)}{c_p(T_3 - T_2)}$

$\eta = 1 - \dfrac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \dfrac{T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \dfrac{T_1 \left(\frac{V_4}{V_1} - 1\right)}{T_2 \left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)}$

On a $\begin{cases} P_1 = P_4 = \dfrac{T_4}{V_4} = \dfrac{T_1}{V_1} \Rightarrow \dfrac{T_4}{T_1} = \dfrac{V_4}{V_1} \\ P_2 = P_3 = \dfrac{T_3}{V_3} = \dfrac{T_2}{V_2} \Rightarrow \dfrac{T_3}{T_2} = \dfrac{V_3}{V_2} \end{cases}$

2

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Correction de EXAMAN
2012/2013 rattrapage
thermodynamique

$$\eta = 1 - \frac{T_1\left(\frac{V_4}{V_1} - 1\right)}{T_2\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{V_3 \cdot \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\gamma}}{V_2\left(P_2/P_1\right)^{1/\gamma}} - 1\right)}{T_2\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)}$$

car $V_4 = V_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

$V_1 = V_2\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma}$ or $\begin{cases} P_3 = P_2 \\ P_1 = P_4 \end{cases}$

$$\eta = 1 - \frac{T_1\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)}{T_2\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

or $P_1 T_1^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = P_2 T_2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \Longleftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ or $\frac{P_2}{P_1} = \tau$

donc $\boxed{\eta = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$

a) pour argon $\eta = 1 - (4)^{\frac{1-1,67}{1,67}} = 0,42$

pour air $\eta = 1 - (4)^{\frac{1-1,40}{1,40}} = 0,32$

pour dioxyde de carbone $\eta = 1 - (4)^{\frac{1-1,31}{1,31}} = 0,27$

b) le meilleur rendement avec le gaz argon

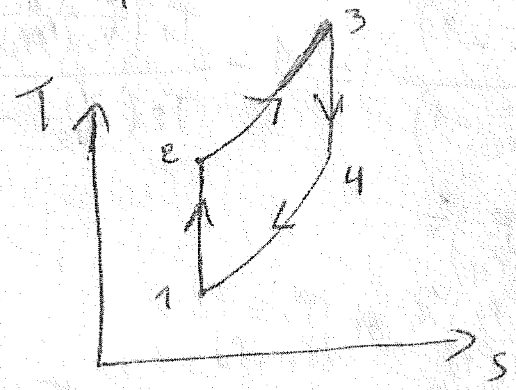
6) $T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1\left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 300 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1-1,67}{1,67}} = 523\ K$

$T_4 = T_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3\,\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 900 \cdot 4^{\frac{1-1,67}{1,67}} = 516,05\ K$

3

donc $\begin{cases} T_2 = 523\ K \\ T_4 = 516\ K \end{cases}$

7)



la nature de cycle est moteur par ce que le sens est le même d'un aiguille d'une montre

Rappel:

تذكير

* loi de laplace $\begin{cases} PV^{\gamma} = cte \\ P^{1-\gamma}T^{\gamma} = cte \\ TV^{\gamma-1} = cte \end{cases}$

* $\delta Q \begin{cases} c_v\, dT + P dV \\ c_p\, dT - V dP \end{cases}$

$\Delta U = W + Q = c_v\, dT$

$\eta = \dfrac{|W_{tot}|}{Q_{reçu}}$

قيل: للسعادة
أين تسكنين
قالت: في قلوب الراضين بقضاء الله
قيل: فبما تتغذين
قالت: من قوة إيمانهم
قيل: فبما تدومين
قالت: بحسن ظنهم بالله
قيل: فبما تؤمنين
قالت: إن النفس لن يصيبها إلا ما
كتب الله لها

EL MALKI

4

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

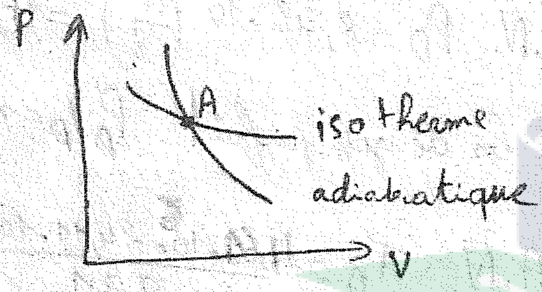
Correction EXAMAN De la Thermodynamique 2012/2013

Question de cours

1) la constante R des gaz parfait dans le S.I

$$PV = nRT \iff [R] = \frac{[P][V]}{[n].[T]} = \frac{Pa \cdot m^3}{mol \cdot K} = J/mol.K$$

2)



Problème :

$$\begin{cases} T_A = 17 + 273,15 = 290,15\ K \\ P_A = 1\ atm = 1.10^5\ Pa \\ V_A = \frac{nRT_1}{P_1} = 24,11.10^{-3}\ m^3 \end{cases}$$

$\gamma = 1,4$

$R = 8,31\ J/K.mol$

$c_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = 20,775\ J/K$

1) $P_B = ?$ et $T_B = ?$, la transformation de A à B est adiabatique

on a $P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma}$ A.N $P_B = 10^5 (8)^{1,4} = \boxed{1,83.10^6\ Pa}$

* $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow$ A.N $T_B = 290,15 (8)^{0,4} = \boxed{666,58\ K}$

2) On a la transformation isochore donc $\delta Q = c_V dT + PdV$

donc $Q = c_V (T_f - T_i) \Rightarrow Q = c_V (T_C - T_B)$

donc $T_C = \frac{Q}{c_V} + T_B$ AN $T_C = \frac{50.10^3}{20,775} + 666,58 = \boxed{3073,31\ K}$

$\boxed{1}$

$P_C = ?$

on applique la loi du gaz parfait $P_C V_C = nRT_C$

$V_C = V_B = \frac{V_A}{8} = 3{,}01.10^{-3}\,m^3$ par ce que la transformation est isochore

donc $P_C = \frac{nRT_C}{V_C}$ A.N $P_C = \frac{1.8{,}31.3073{,}31}{3{,}01.10^{-3}} = \boxed{8{,}48.10^6\,Pa}$

3) $P_D = ?$, $T_D = ?$

$P_D V_D^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \iff P_D = P_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma}$ on a $(V_D = V_A$ et $V_C = V_B)$

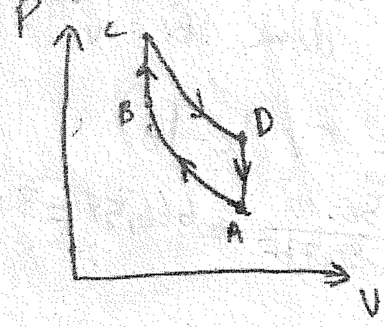
donc $P_D = P_C \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma}$ A.N $P_D = 8{,}48.10^6 \left(\frac{1}{8}\right)^{1{,}4} = \boxed{4{,}61.10^5\,Pa}$

* T_D on peux applique la loi de gaz parfait $P_D V_D = nRT_D$

$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{P_D V_A}{nR}$ A.N $T_D = \frac{4{,}61.10^5.24{,}11.10^{-3}}{8{,}31} = \boxed{1337{,}51\,K}$

4) * travail
$W_{A\to B} = c_v(T_B - T_A) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_B - T_A) = 7{,}82\,kJ$
$W_{B\to C} = 0$ car la transformation est isochore
$W_{C\to D} = c_v(T_D - T_C) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C) = -36{,}06\,kJ$
$W_{D\to A} = 0$ car la transformation est isochore

chaleur
$Q_{A\to B} = 0$ la transformation adiabatique
$Q_{B\to C} = c_v(T_C - T_B) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) = 50\,kJ$
$Q_{C\to D} = 0$ la tranformation adiabatique
$Q_{D\to A} = c_v(T_A - T_D) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D) = -21{,}76\,kJ$

5)


21

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

correction EXAMAN
De la Thermodynamique
2012/2013

6) la nature de cycle est moteur.

car il est au sens d'une aiguille d'une montre

7) $Q_{tot} = Q_{A\to B} + Q_{B\to C} + Q_{C\to D} + Q_{D\to A}$

$= 28,24 \text{ KJ} > 0$

$W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

$= -28,24 \text{ KJ} < 0$

on a $W_{tot} < 0$ et $Q_{tot} > 0$ donc la nature de cycle est un moteur

8) $\Delta U_{cycle} = Q_{tot} + W_{tot} = 0$

donc le principe d'equivalence est vérifié.

9) $Q_{tot} = W_{tot}$

le travail total est égale l'air balayé

donc le travail est une surface

donc la quantité chaleur totale est une surface

3

10) $$\eta = \frac{|W_{tot}|}{Q_{reçu}} = \frac{|c_v(T_D-T_C) + c_v(T_B-T_A)|}{c_v(T_C-T_B)}$$

$$\eta = 0{,}56 = 56\%$$

$$\eta = \frac{-W_{tot}}{Q_{reçu}} = \frac{-(c_v(T_D-T_C) + c_v(T_B-T_A))}{c_v(T_C-T_B)}$$

$$= \frac{c_v(T_C-T_B+T_A-T_D)}{c_v(T_C-T_B)}$$

$$\eta = 1 + \frac{T_A-T_D}{T_C-T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C-T_B}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_A\left(1 + \frac{T_D}{T_A}\right)}{T_B\left(\frac{T_C}{T_B} - 1\right)} = 1 - \frac{T_A\left(\frac{T_D}{T_A}-1\right)}{T_B\left(\frac{T_C}{T_B}-1\right)}$$

On a $\begin{cases} V_A = V_D \Rightarrow \frac{T_A}{P_A} = \frac{T_D}{P_D} \\ V_C = V_B \Rightarrow \frac{T_B}{P_B} = \frac{T_C}{P_C} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \frac{T_D}{T_A} = \frac{P_D}{P_A} \\ \frac{T_C}{T_B} = \frac{P_C}{P_B} \end{cases}$ et on a $\begin{cases} P_A = P_B \cdot \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} \\ P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} \\ P_A = P_B\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma} \\ V_B = V_C,\ V_A = V_D \end{cases}$

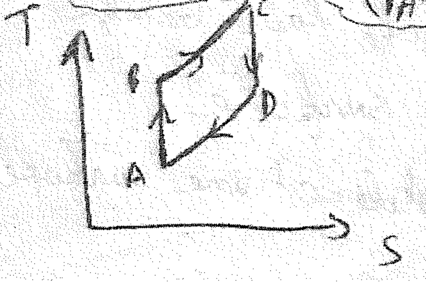
donc $$\eta = 1 - \frac{T_A\left(\frac{P_D}{P_A}-1\right)}{T_B\left(\frac{P_C}{P_B}-1\right)} = 1 - \frac{T_A\left(\frac{P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma}}{P_B\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma}} - 1\right)}{T_B\left(\frac{P_C}{P_B}-1\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_A\left(\frac{P_C}{P_B}-1\right)}{T_B\left(\frac{P_C}{P_B}-1\right)} = \boxed{1 - \frac{T_A}{T_B}}$$

or $\boxed{T_A = T_B\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}}$

$$\boxed{\eta = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}}$$

11)



توجيه

ليس المهم هو الإجابة على كل الأسئلة
بل المهم هو الإجابة على أكبر عدد
من الأسئلة بشكل صحيح

ELMALKI

1

Correction d'épreuve de la Thermodynamique 2011/2012

cycle de Beau Rochas :

données $\begin{cases} \gamma = 1{,}4 \\ R = 8{,}32\ J/K.mol \end{cases}$, est le gaz est parfait

l'état 1 : $\begin{cases} P_1 = 1\,Bar = 10^5\,Pa \\ V_1 = 1{,}2\,l = 1{,}2.10^{-3}\,m^3 \\ T_1 = 300\,K \end{cases}$

1) déterminer la quantité de matière gazeuse (nb de mole)

$$n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{(10^5)(1{,}2.10^{-3})}{(8{,}32)(300)} = \boxed{0{,}048\ mol}$$

2) a) $a = V_1/V_2$; On a la transformation de $1 \to 2$ est une compression adiabatique. est $V_2 = 0{,}2\,l$

donc $\boxed{a = \frac{V_1}{V_2} = 6}$

2-b) $P_2 V_2^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Longrightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Longrightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

AN : $\begin{cases} P_2 = 1{,}2 \cdot 10^{5}\ Pa \\ T_2 = 614{,}3\ K \end{cases}$

2.c) $W_{12} = n c_v (T_2 - T_1) = \Delta U$ par ce que la transformation est adiabatique

$$W_{12} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = 313{,}79\ J$$

3) a) Montre la relation $T_3 = a^{\gamma-1} T_1 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{a^{\gamma-1} \cdot nRT_1} Q_{23} \right]$

$$T_3 = T_2 - T_2 + T_3 = T_2 + T_3 - T_2$$

$$T_3 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} + (T_3 - T_2)$$

$$T_3 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} + \frac{nc_v}{nc_v}(T_3 - T_2)$$

or $nc_v(T_3 - T_2) = Q_{23}$ car trans f est isochore

donc $T_3 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} + \frac{1}{nc_v} Q_{23}$

$$= T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} + \frac{\gamma - 1}{nR} \cdot Q_{23}$$

$$= T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \cdot nRT_1} Q_{23} \right]$$

$$\boxed{2} \qquad T_3 = a^{\gamma-1} T_1 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{a^{\gamma-1} \cdot nRT_1} Q_{23} \right) = \boxed{T_1 a^{\gamma-1} k}$$

3-b) calcule $k = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{a^{\gamma-1} \cdot nRT_1} Q_{23}\right)$

On a $Q_{23} = 490{,}7\ J$

$$k = 1 + \frac{(1{,}4 - 1) \cdot (490{,}7)}{(6)^{1{,}4-1} \cdot 0{,}048 \cdot 8{,}32 \cdot 300}$$

$$k = 1 + 0{,}80 = 1{,}80$$

3-c) on a. $T_3 = T_1 a^{\gamma-1} k$

et on $T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR}$, $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$

or la transformation de $2 \to 3$ est isochore

donc $V_3 = V_2 \implies T_3 = \frac{P_3 V_2}{nR}$

et donc $T_3 = T_1 \cdot a^{\gamma-1} \cdot k$

$$\frac{P_3 V_2}{nR} = \frac{P_1 V_1}{nR} \cdot a^{\gamma-1} \cdot k$$

$$P_3 = P_1 \frac{V_1}{V_2} \cdot a^{\gamma-1} \cdot k$$

$$\boxed{P_3 = P_1 \cdot a \cdot a^{\gamma-1} k = P_1 a^{\gamma} \cdot k}$$

3.d) $T_3 = 300 \cdot (6)^{1,4-1} \cdot 1,80$

$\boxed{T_3 = 1105,74\ K}$

$P_3 = (6)^{1,4} \cdot 10^5 \cdot 1,80 = \boxed{22,11 \cdot 10^5\ Pa}$

4) $V_4 = V_1$, $V_2 = V_3$

4-a) * $T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = T_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\boxed{T_4 = T_3 \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1}}$$

* $P_4 V_4^{\gamma} = P_3 V_3^{\gamma}$

$$P_4 = P_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma} = P_3 \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = P_3 \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma}$$

$$\boxed{P_4 = P_3 \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma}}$$

4-b) application numérique :

$T_4 = 539,99\ K \simeq 540\ K$

$P_4 = 1,79 \cdot 10^5\ Pa$

$\boxed{4}$

4 - c) $W_{34} = n c_V (T_4 - T_3)$

$$W_{34} = n c_V \left(T_3 \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1} - T_3 \right)$$

on remplace T_3 par $T_1 . a^{\gamma-1} . k$

donc $W_{34} = n c_V \left(T_1 a^{\gamma-1} k \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1} - T_1 a^{\gamma-1} . k \right)$

$$= n c_V \left(T_1 k - T_1 a^{\gamma-1} k \right)$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1} \left(T_1 k - T_1 a^{\gamma-1} k \right)$$

$$\boxed{W_{34} = \frac{nR}{\gamma-1} . T_1 k \left(1 - a^{\gamma-1} \right)}$$

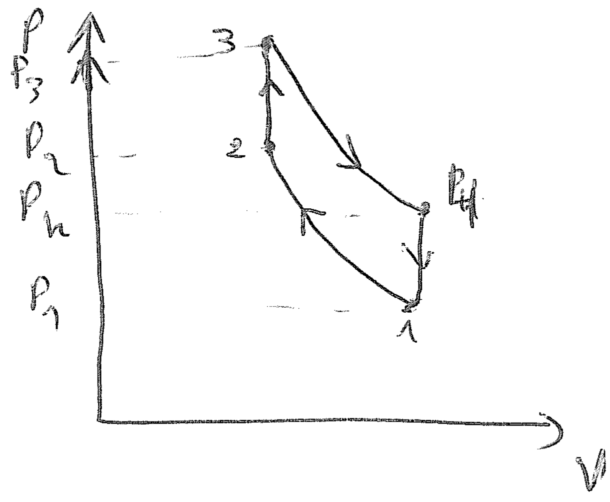
4 - d) $\boxed{W_{34} = -564,83 \, J}$

5) a) $Q_{41} = n c_V (T_1 - T_4)$ car la transformation est isochore

$$\boxed{Q_{41} = \frac{nR}{\gamma-1} \left(T_1 - T_1 k \right)}$$

5 - b) $Q_{41} = \frac{0,048 . 8,32}{1,4 - 1} (300 - 540) = \boxed{-239,62 \, J}$

6)



7) $\Delta U = W_{tot} + Q_{tot}$

$= W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} + Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41}$

$= 313,79 + 0 + (-564,83) + 0 + 0 + 490,7 + 0 + (-239,6)$

$= 0$

donc le principe d'équivalence est vérifié

8) a) $R = \dfrac{-W_{tot}}{Q_{reçu}} = 0,51 \simeq 51\%$

8-b) $R = \dfrac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \dfrac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \dfrac{nc_v(T_1 - T_4)}{nc_v(T_3 - T_2)}$

or $\begin{cases} T_4 = T_1 k \\ T_3 = T_1 a^{\gamma-1} k \\ T_2 = T_1 a^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow R = 1 + \dfrac{T_1 - T_1 k}{T_1 a^{\gamma-1} k - T_1 a^{\gamma-1}}$

$R = 1 + \dfrac{T_1(1-k)}{T_1 a^{\gamma-1}(k-1)} = 1 - \dfrac{1}{a^{\gamma-1}} \boxed{= 0,51}$

8-c) Si a augmente le rendement aussi augmente

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

problèmes de thermodynamiques

problème 1

I. On fait subir a un gaz parfait ,à la pression atmosphérique, trois transformation différentes du même état initial vers le même état finale.

1) La première , une compression isotherme,de l'état initial (V_1=10 litre et T=27°C) à l'état 2 dont le volume initial est le double de l'état final

a) Rappeler la valeur de la constante des gaz parfait dans le S.I ,

b) Calculer le nombre de moles

c) Donner la valeur du volume finale

d) Calculer le travail W_1 lors de cette transformation et donner la valeur numérique.

2) La duxiéme ,du même état initial par une transformation isochore jusqu'à la pression P_2 puis une transformation isobare jusqu'à l'état finale

a) Calculer le travail W_2 et donner ca valeur numérique.

3) La troisième transformation , du même état initial par une compression isobare jusqu'à V_2 suivi d'une transformation isochore jusqu'à l'état final.

a) Calculer le travail W3 et donner ça valeur numérique.

4) Représentez, dans trois diagrammes de Clapeyron (p,v) les trois transformations

a) Comparez les trois travaux ; que remarquez-vous?

b) Donnez une conclusion sur la nature du travail des forces de pression.

II. 1 m³ de l'air (supposé parfait),a la pression P_1=10atmosphères subit une détente, a température constante, la pression finale est P_2=1 atmosphère.
Déterminer le travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur, au cours de cette détente.

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Thermodynamique

Problème 1

2-1)

Une compression isotherme de l'état initial ($V_1 = 10\,l$; $T_1 = 27°C$) à l'état 2 dont le volume initial V_i est le double de l'état final V_f

$$\text{Etat 1}\begin{cases} P_1 = 1\,atm \\ V_1 = 10\,l \\ T_1 = 27°C \end{cases} \xrightarrow[\text{isotherme}]{\text{Compression}} \text{Etat 2}\begin{cases} P_2 = \\ V_2 \\ T_2 \end{cases}$$

Compression isotherme $\Leftrightarrow P_1V_1 = P_2V_2 = nRT_1 = nRT_2 \quad (T_1 = T_2)$

a) La valeur de la constante des gaz parfait dans S.I :

$$R = 8{,}314\,J\,K^{-1}mol^{-1}$$

b) Calculons le nombre de moles n :

$$G.\text{parfait} \Leftrightarrow P_1V_1 = nRT_1 \Leftrightarrow n = \frac{P_1V_1}{RT_1}$$

$$A.N : n = \frac{1{,}01315 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}{8{,}314 \times 300{,}15} = 0{,}4\,mol$$

1

c/ La valeur du volume finale V_f

On a $V_2 = \frac{V_1}{2}$ A.N $V_2 = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{2} = 5\, 10^{-3}\, m^3 = 5\, l$

d/ Calculons le travail W_1 lors de cette transformation.

On sait que $W_1 = \int -P dV = \int_{V_1}^{V_2} -\frac{nRT_1}{V} dV$

$$W_1 = -nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

donc $$W_1 = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W_1 = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

ou

$$W_1 = nRT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad ; \quad \left(P_1 V_1 = P_2 V_2\right)$$

A.N $W_1 = 0{,}4 \times 8{,}314 \times 300 \times \ln 2 \quad ; \quad \left(V_1 = 2V_2\right)$

d'où $W_1 = 691{,}5\ J$

2-2/ ... du même état initial par une détente isochore jusqu'à la pression P_2 puis une compression jusqu'à l'état finale.

a/ Calculons le travail W_2.

$$\text{Etat}_1 \begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases} \xrightarrow[\text{isochore.}]{\text{détente}} A \begin{cases} P_2 \\ V_1 = V_2 \\ T_2 \end{cases} \xrightarrow[\text{isobare}]{\text{compression}} \text{Etat}_2 \begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{cases}$$

2

T. isochore $\Leftrightarrow V = cte \Leftrightarrow dV = 0$

$$\Rightarrow W_{1A} = \int \delta W = 0$$

$$W_{12} = W_{1A} + W_{A2}$$

$$= 0 + \int -P_2 dV = -P_2 \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_2 (V_2 - V_1) > 0$$

A.N $W_2 = 1000\,J = 1\,KJ$

2-3/ du même état initial par une compression jusqu'à V_2 suivi d'une détente jusqu'à l'état finale.

a) Calculons le travail W_3

$$\text{Etat}_1 \begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases} \xrightarrow[\text{isobare}]{\text{Compression}} B \begin{cases} P_B = P_1 \\ V_B = V_2 \\ T_B \end{cases} \xrightarrow[\text{isochore}]{\text{compression}} \text{Etat}_2 \begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_2 \end{cases}$$

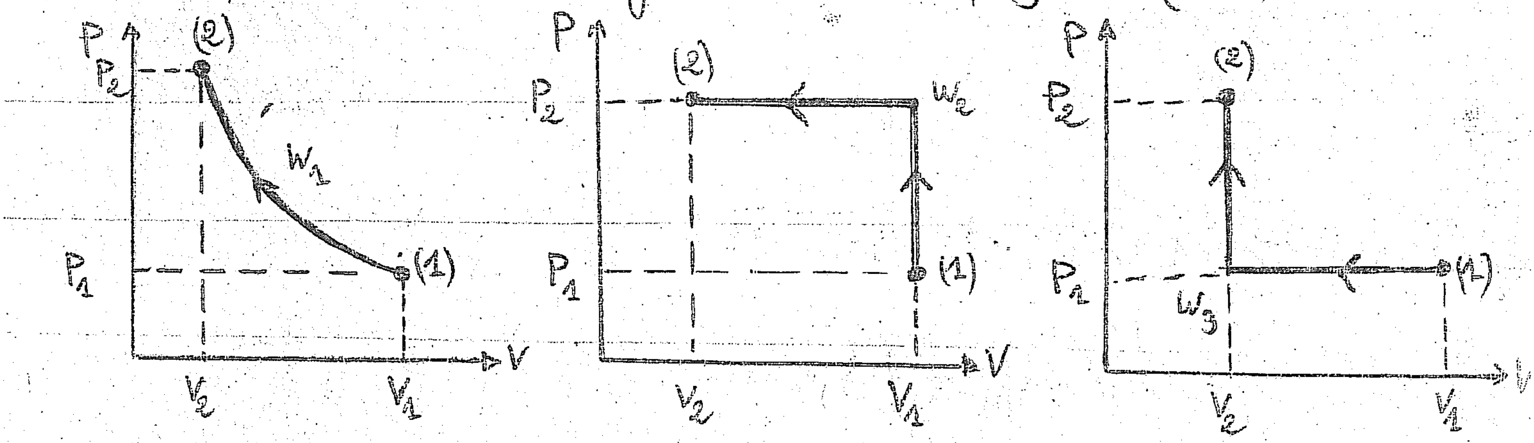
$$W_3 = W_{1B2} = W_{1B} + W_{B2}$$

donc $W_3 = \int -P dV + 0$

d'où $W_3 = -P_1 (V_2 - V_1) = P_1 (V_1 - V_2)$; AN. $W_3 = 500\,J$

3

2-4/ Représentation de diagrammes de clapeyron (P;V)



a/ $W_3 < W_1 < W_2$

⇒ Le travail depend du chemin suivi

⇒ Le travail n'est pas une differentielle total exacte.

⇒ Le travail n'est pas une grandeur d'état.

≈≈≈≈≈≈≈≈≈≈

نادي النجاح

مفتاح السعادة أن نحلم، ومفتاح النجاح أن نجعل هذه الأحلام تتحقق.

Soyez assuré que vous disposez en vous toutes les ressources dont vous avez besoin pour accomplir vos rêves !!

Succes club

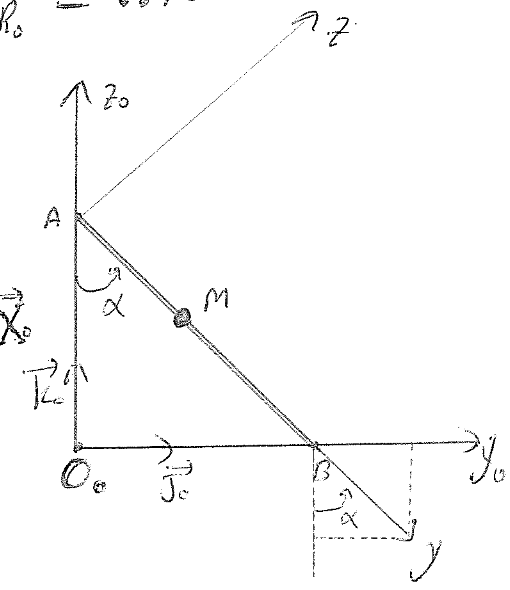
EXAMEN DE RATTRAPAGE de mécanique du point / S1 MPC1

ANNEE : 2012/2013 / Solution de A. Chaoui avec vérifié à monsieur : ANOUR

1) on détermine la vitesse de A par rapport à R_0.

d'après la figure (voir figures). on a O_0A suivant l'axe Oz_0.

donc $\overrightarrow{O_0A} = V_0 t \vec{k_0} \Rightarrow \vec{V}(A/R_0) = \frac{d\overrightarrow{O_0A}}{dt}\Big/_{R_0} = V_0 \vec{k_0}$



2°) on détermine la vitesse de B par rapport à R_0.

on a : $\overrightarrow{O_0B} = |\overrightarrow{O_0B}|\, \vec{j_0}$

et ~~$\|\overrightarrow{O_0B}\| =$~~

et $\sin\alpha = \frac{|\overrightarrow{O_0B}|}{|\overrightarrow{AB}|} \Rightarrow |\overrightarrow{O_0B}| = |\overrightarrow{AB}| \sin\alpha$

$\Rightarrow \overrightarrow{O_0B} = |\overrightarrow{AB}| \sin\alpha\, \vec{j_0} = 2L \sin\alpha\, \vec{j_0}$

d'où $\vec{V}(B/R_0) = \frac{d\overrightarrow{O_0B}}{dt}\Big/_{R_0} = 2L\dot{\alpha}\cos\alpha\, \vec{j_0}$ et $\alpha(t) = \omega t$

$\Rightarrow \dot{\alpha}(t) = \omega$

donc $\boxed{\vec{V}(B/R_0) = 2L\omega \cos(\omega t)\, \vec{j_0}}$

3) on détermine la vitesse de B par rapport à R.

on a $R(A, x, y, z)$ mobile (relatif) par rapport à $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 2L\vec{j}$ ~~point A est une point d'origine de R~~ point A est une point d'origine de R, et $\vec{j}$ liée à R.

donc $\vec{V}(B/R) = \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\Big/_{R} = \vec{0}$ car $2L = cte$ et $\vec{j}$ liée à R (relatif).

A. Chaoui

4) on exprime le vecteur $\overrightarrow{O_0M}$ ds la base $(\vec{I_0}, \vec{J_0}, \vec{K_0})$.

$$\overrightarrow{O_0M} = \overrightarrow{O_0A} + \overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{O_0M} = V_0 t \vec{K_0} + V_0 t \vec{j} \qquad \text{et} \quad \vec{j} = \sin\alpha \vec{J_0} - \cos\alpha \vec{K_0}$$

d'ou $\overrightarrow{O_0M} = V_0 t \sin\alpha \vec{J_0} + (V_0 t - V_0 t \cos\alpha) \vec{K_0}$

4a) on déduire l'équation de la trajectoire de M par rapport à R_0.

on a $\overrightarrow{O_0M} = \underbrace{V_0 t \sin\alpha}_{Y_m} \vec{J_0} + \underbrace{(V_0 t - V_0 t \cos\alpha)}_{Z_m} \vec{K_0}$

$$\begin{cases} Y_m = V_0 t \sin\alpha \\ Z_m = V_0 t - V_0 t \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_m^2 = (V_0 t \sin\alpha)^2 \\ Z_m^2 = (V_0 t)^2 - 2(V_0 t)^2 \cos\alpha + (V_0 t)^2 \cos^2\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad Y_m^2 + Z_m^2 = (V_0 t)^2 \underbrace{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}_{=1} + (V_0 t)^2 - 2(V_0 t)^2 \cos\alpha$$

$$Y_m^2 + Z_m^2 = 2(V_0 t)^2 - 2(V_0 t)^2 \cos\alpha = 2 V_0 t \underbrace{(V_0 t - V_0 t \cos\alpha)}_{Z_m}$$

d'ou $Y_m^2 + Z_m^2 - 2 V_0 t . Z_m + (V_0 t)^2 - (V_0 t)^2 = 0$

$$\boxed{Y_m^2 + (Z_m - V_0 t)^2 = (V_0 t)^2}$$ c'est un l'équation de la trajectoire.

4b) la nature de cette trajectoire à t fixe

est un cercle de centre $\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ V_0 t \end{vmatrix}\begin{matrix} \vec{I_0} \\ \vec{J_0} \\ \vec{K_0} \end{matrix}$ et de rayon $R = V_0 t$

4c) * En déduire la vitesse $\vec{V}(M/R_0) = \left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right/_{R_0}$ car $\dot{\cos\alpha} = -\dot\alpha \sin\alpha$

$$\vec{V}(M/R_0) = V_0 \sin\alpha \vec{J_0} + V_0 t \omega \cos\alpha \vec{J_0} + (V_0 - V_0 \cos\alpha)\vec{K_0} + V_0 t \omega \sin\alpha \vec{K_0}$$

* En déduire l'accélération $\vec{\gamma}(M/R_0) = \left.\frac{d\vec{V}(M/R)}{dt}\right/_{R_0}$

$$\vec{\gamma}(M/R_0) = V_0 \omega \cos\alpha \vec{J_0} + V_0 \omega \cos\alpha \vec{J_0} - V_0 t \omega^2 \sin\alpha \vec{J_0} + V_0 \omega \sin\alpha \vec{K_0}$$
$$+ V_0 \omega \sin\alpha \vec{K_0} + V_0 t \omega^2 \cos\alpha \vec{K_0}$$

A. Chraoui

$$\vec{\gamma}(M/R_0) = \left(2V_0\omega\cos(\omega t) - V_0 t\omega^2\sin\omega t\right)\vec{J_0} + \left(2V_0\omega\sin(\omega t) + V_0 t\omega^2\cos\omega t\right)\vec{K_0}.$$

5°) on Exprime dans la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ $\vec{V_r}(M)$ et $\vec{V_e}(M)$ et en déduire $\vec{V_a}(M)$

* $\vec{V_r}(M/R) = \left.\dfrac{d\vec{AM}}{dt}\right|_R = V_0\vec{j}$

* $\vec{V_e}(M/R) = \left.\dfrac{d\vec{O_0A}}{dt}\right|_{R_0} + \vec{\Omega}(R/R_0)\wedge\vec{AM}$

$$= V_0\vec{K_0} + \omega\vec{i}\wedge V_0t\vec{j} = V_0\vec{K_0} + V_0t\omega\vec{k}$$

$$= V_0\left(-\cos\alpha\,\vec{j} + \sin\alpha\,\vec{k}\right) + V_0t\omega\vec{k}$$

car $\vec{j} = \sin\alpha\,\vec{J_0} - \cos\alpha\,\vec{K_0}$

$\vec{k} = \cos\alpha\,\vec{J_0} + \sin\alpha\,\vec{K_0}$

donc $\vec{K_0} = -\cos\alpha\,\vec{j} + \sin\alpha\,\vec{k}$

donc $\boxed{\vec{V_e}(M/R) = -V_0\cos\alpha\,\vec{j} + (V_0\sin\alpha + V_0\omega t)\vec{k}}$

* En déduire la vitesse absolu $\vec{V_a}(M/R)$

$$\vec{V_a}(M) = \vec{V_r} + \vec{V_e} = (V_0 - V_0\cos\alpha)\vec{j} + (V_0\sin\alpha + V_0\omega t)\vec{k}$$

6°) en exprime ds la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, $\vec{\gamma_r}(M)$, $\vec{\gamma_c}(M)$ et $\vec{\gamma_e}(M)$ et en déduire $\vec{\gamma_a}(M)$.

* $\vec{\gamma_r} = \dfrac{d\vec{V_r}(M)}{dt} = \left.\dfrac{dV_0}{dt}\right|_R = \vec{0}$ car $V_0 = cte$

* $\vec{\gamma_c}(M/R) = 2\vec{\Omega}(R/R_0)\wedge\vec{V_r}(M)$

$$\boxed{\vec{\gamma_c} = 2\omega\vec{i}\wedge V_0\vec{j} = 2\omega V_0\vec{k}}$$

* $\vec{\gamma_e} = \dfrac{d\vec{V_a}(A)}{dt} + \underbrace{\dfrac{d}{dt}\vec{\Omega}}_{0\ (\text{car } \Omega = cte)}\wedge\vec{AM} + \vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{AM})$

$\dfrac{d}{dt}\vec{\Omega} = \vec{0}$ car $\vec{\Omega} = \omega\vec{I_0} = \omega\vec{i}$ et $\omega = cte$

* $\vec{V_a}(A) = V_0\vec{K_0}$

$\dfrac{d\vec{V_a}(A)}{dt} = \vec{0}$ car $V_0 = cte$

$$\vec{\gamma_e}(M/R) = 0 + 0 + \vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{AM})$$

$$= \omega\vec{i}\wedge(\omega\vec{i}\wedge V_0t\vec{j}) = \omega\vec{i}\wedge\omega V_0t\vec{k}$$

$\boxed{\vec{\gamma_e}(M/R) = -\omega^2V_0t\vec{j}}$

$\vec{i}\wedge\vec{j} = \vec{k}$ et $\vec{i}\wedge\vec{k} = -\vec{j}$

$$\vec{\gamma}_a(M) = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_a(M) = -\omega^2 V_0 t \vec{j} + 2\omega V_0 \vec{k}$$

7°) on détermine les composantes de reaction $\vec{N}$.

on applique le P.F.D. $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{\gamma}_a(M)$

$$\vec{P} + \vec{N} = m\,\vec{\gamma}_a(M) \qquad \Big|\ \vec{R} = \vec{T} + \vec{N},\quad \vec{R} = \vec{N} \text{ et } \vec{T} = \vec{0} \text{ car sans frottement}$$

$$-mg\vec{k_0} + \vec{N} = -\omega^2 V_0 t\vec{j} + 2\omega V_0 \vec{k} \qquad \Big|\ \vec{k_0} = -\cos\alpha\,\vec{j} + \sin\alpha\,\vec{k}$$

$$mg\cos\alpha\,\vec{j} - mg\sin\alpha\,\vec{k} + \vec{N} = \omega^2 V_0 t\,\vec{j} + 2\omega V_0\vec{k}$$

on a $\vec{N} = N_i\vec{i} + N_j\vec{j} + N_k\vec{k}$

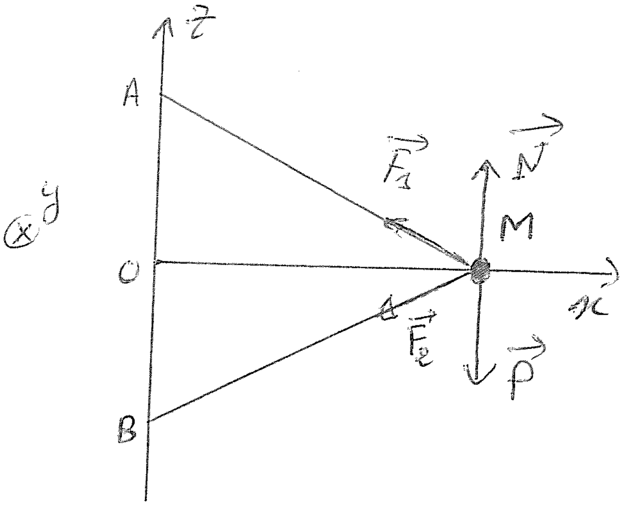
Project/$\vec{i}$: $N_i = 0$

project/$\vec{j}$: $N_j = -mg\cos\alpha + \omega^2 V_0 t$

project/$\vec{k}$: $N_k = mg\sin\alpha + 2\omega V_0$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{N} = (-mg\cos\alpha + \omega^2 V_0 t)\vec{j} + (mg\sin\alpha + 2\omega V_0)\vec{k}}$$

Exercice 02



$\vec{F_1} = -k\vec{AM}$ et $k = cte > 0$

$\vec{F_2} = -k\vec{BM}$

$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = a$

figure .2

1°) $\vec{N}$??

* système étudier {point M}
* les forces :
  $\vec{P}$: poids
  $\vec{N}$: réaction normale

on applique le P.F.D $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}_a(M)$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}(M)$$

on $\vec{OM} = x(t)\vec{i} \Rightarrow \vec{V}(M) = \dot{x}(t)\vec{i}$
$\Rightarrow \vec{\gamma}(M) = \ddot{x}(t)\vec{i}$.

$$\vec{P} = -mg\vec{k}$$
$$\vec{N} = N_i\vec{i} + N_j\vec{j} + N_k\vec{k}$$
$$\vec{F}_1 = -k\vec{AM} = -k(\vec{AO} + \vec{OM}) = -k\vec{AO} - k\vec{OM} = +ka\vec{k} - kx(t)\vec{i}$$
$$\vec{F}_2 = -k\vec{BM} = -k(\vec{BO} + \vec{OM}) = -k\vec{BO} - k\vec{OM} = -ka\vec{k} - kx(t)\vec{i}$$

Projet / $\vec{k}$: $\cancel{-mg\vec{k} + N_k\vec{k}}$

$$-mg + N_k + ka - ka = 0 \Rightarrow \boxed{N_k = mg}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{N} = N_k\vec{k} = mg\vec{k}}$$

Projet / $\vec{i}$: $-2kx = m\ddot{x} \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0}$ l'équation différentiel

$x(t) = x_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$ est une solution de cette l'équation.

on détermine φ et x_0.

à $t = 0$ point M en O c.à.d $x(t=0) = 0 \Rightarrow \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

donc $x(t) = x_0 \sin\omega_0 t$

x_0 ??

$\dot{x}(t) = x_0\omega_0\cos\omega_0 t$ et à $t = 0$ $\dot{x}(t=0) = V_0$

d'où $x_0\omega_0 = V_0 \Rightarrow x_0 = \frac{V_0}{\omega_0}$

donc $\boxed{x(t) = \frac{V_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t}$

UCD
Filière SMPC / f.s.j

2011-2012

page 1.

Solution de l'Exam de mécanique / 2011-2012

Questions du cours :

1) * $\vec{V_a}(m) = \vec{V_r}(m) + \vec{V_e}(m)$

* $\vec{\gamma_a}(m) = \vec{\gamma_r}(m) + \vec{\gamma_e}(m) + \vec{\gamma_c}(m)$

2) Référentiel galiléen.
Voir cours.

3) * deux forces a contact.
* Le poids $\vec{P}$
* La Reaction $\vec{R}$
* deux forces à distances
* $\vec{F}_{A/B}$ (forces d'attraction universelle)
* force éléctrostatique.

Hicham

pb 1. Ahmed CHAoui

1) on a les composantes de point M est : $\vec{OM} \begin{cases} x = (2t+2)\vec{i} \\ y = \left(\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2}\right)\vec{j} \end{cases}$

pour déterminer l'équation de la trajectoire on élimine le temps t.

on a : $x(t) = 2t + 2 \Rightarrow t = \frac{x-2}{2}$

et $y(t) = \frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2}$ donc $y(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + \frac{x-2}{2} + \frac{1}{2}$

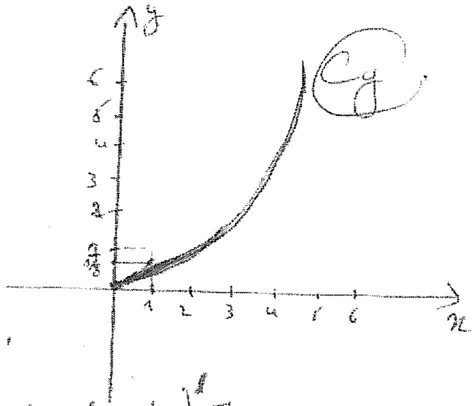
$\Leftrightarrow y(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{x^2 - 4x + 4}{4}\right) + \frac{x-2+1}{2} = \frac{x^2 - 4x + 4 + 4x - 4}{8}$

$\Rightarrow \boxed{y(x) = \frac{1}{8}x^2}$

$\Rightarrow \quad y = \frac{1}{8} x^2$

* la nature de la trajectoire est un hyperbolique.

*) Représentation de $y(x)$ →



2) on calcul la vitesse $\vec{V}(m)$ de point M.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} = (2t+2)'\vec{i} + \left(\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{1}{2}\right)'\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{V}(m) = 2\vec{i} + (t+1)\vec{j}}$$

et sa norme $\|\vec{V}\| = \sqrt{4 + (t+1)^2} = \sqrt{4 + t^2 + 2t + 1}$

$$\boxed{\|\vec{V}\| = \sqrt{t^2+2t+5} \ m/s}$$

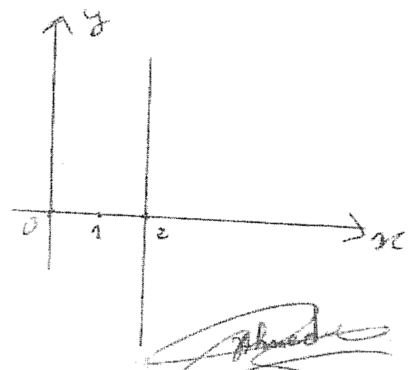
3) l'équation de l'hodographe par rapport à l'origine O.

d'après le cours : on a $\vec{OH} = \vec{V}(m)$.

$$\Rightarrow \quad \vec{OH} = \begin{cases} 2\vec{i} \\ (t+1)\vec{j} \end{cases}$$

+) la nature est rectiligne et uniforme.

+ représentation de graphique :



page 3.

4) on calcule l'accélération $\vec{\gamma}(m)$.

~~ona~~ par définition :

$$\vec{\gamma}(m) = \frac{d^2\vec{om}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}(m)}{dt}$$

$$\vec{\gamma}(m) \begin{cases} \ddot{x} = 0\vec{i} \\ \ddot{y} = 1\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{\gamma}(m) = 1\vec{j}}$$

et la norme $\Rightarrow \|\vec{\gamma}(m)\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = \sqrt{0+1^2+0} = 1\ m.s^{-2}$

5) on détermine les composante tangentielle et normale de $\vec{\gamma}(m)$.

* $\vec{\gamma}_t = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\Big/_R \vec{\tau}$

$$\vec{\gamma}_t = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{t^2+2t+5}\right) = \left(\left(t^2+2t+5\right)^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{\left(t^2+2t+5\right)'}{2\sqrt{t^2+2t+5}}$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_t = \frac{2t+2}{2\sqrt{t^2+2t+5}}} \Big/ \boxed{\left(\sqrt{f}\right)' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}}$$

* $\vec{\gamma}_N$??

*) on a $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_N + \vec{\gamma}_t$

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_N = 1 - \gamma_t \Rightarrow \vec{\gamma}_N = 1 - \frac{2t+2}{2\sqrt{t^2+2t+5}}$$

$$\vec{\gamma}_N = \frac{2\sqrt{t^2+2t+5} - 2t - 2}{2\sqrt{t^2+2t+5}} = \frac{2\left[\sqrt{t^2+2t+5} - (t+1)\right]}{2\sqrt{t^2+2t+5}}$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_N = \frac{\sqrt{(t+1)^2+4} - (t+1)}{\sqrt{(t+1)^2+4}}\vec{n}}$$

6) on déduire le rayon de courbure R_c

Par définition on a : $\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R_c} \Rightarrow \boxed{R_c = \frac{V^2}{\gamma_N}}$

$$\boxed{\|\vec{V}\|^2 = t^2 + 2t + 5} \quad \text{et} \quad \boxed{\gamma_N = \frac{\sqrt{(t+1)^2+4} - (t+1)}{\sqrt{(t+1)^2+4}}}$$

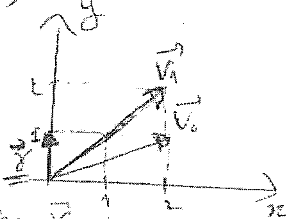
$$R_c = \frac{V^2}{\gamma_N} \Rightarrow R_c = (t^2 + 2t + 5) \times \frac{\sqrt{(t+1)^2+4}}{\sqrt{t^2+2t+5} - (t+1)}$$

$$R_c = \frac{((t+1)^2+4) \times \sqrt{(t+1)^2+4}}{\sqrt{t^2+2t+5} - (t+1)} = \boxed{\frac{\sqrt[3]{(t+1)^2+4}}{\sqrt{(t+1)^2+4} - (t+1)} \ (m)}$$

7) * Schéma de vecteurs vitesse $\vec{V}(m)$.

à $t=0$ $\quad \vec{V_0}(m) = 2\vec{i} + 1\vec{j}$

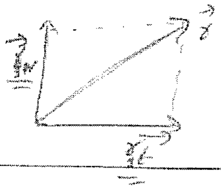
à $t=1$ $\quad \vec{V_1}(m) = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ $\quad$ (2)



* Schéma de vecteur de l'accélération $\vec{\gamma}(m)$.

* à $t=0$ $\quad \gamma_t = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ et $\gamma_N = \frac{\sqrt{5}}{5}$

* à $t=1$ $\quad \gamma_t = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ et $\gamma_N = \frac{2\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Pb 2

$R'(O', x', y', z')$ repère fixe

$R(O, x, y, z)$ repère relative et $OZ = O'Z' \Rightarrow$ l'axe de (OZ) fixe

c'est à dire le système tourne autour de l'axe (OZ).

1) le mouvement relatif est un mouvement circulaire de rayon cte ρ' et le mouvement entrainement est . . . . uniforme car $\dot{\theta} = cte$.

$\Rightarrow$ ~~le~~ mvment absolu est un mouvement circulaire uniforme

2) $\vec{V_r}(m)$?? on a $\boxed{\vec{V_r}(m) = \left(\frac{d\vec{O'M}}{dt}\right)_{R'}}$

car rayon de cercle = cte. $\quad$ vitesse $\dot{}$ $\neq$ $\dot{}$ dérivé

on a $\vec{O'M} = \rho' \vec{e_{\rho'}} \Rightarrow \vec{V_r}(m) = \overset{=0}{\dot{\rho'}} \vec{e_{\rho'}} + \rho' \frac{d\vec{e_{\rho'}}}{dt} = \boxed{\rho' \dot{\varphi}' \vec{e_{\varphi'}}}$

$\Rightarrow \vec{V_r}(m) = \rho' \dot{\phi}' \vec{e_{\phi'}}$ m/s

page 5

*) Vitesse d'entraînement $\vec{V_e}(m)$.

Par définition :

$$\vec{V_e} = \frac{d\vec{OO'}}{dt}\Big)_R + \vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{O'M}.$$

$$= \dot{\rho_0}\vec{i} + \rho_0\dot{\theta}\vec{j} + \omega\vec{k} \wedge \rho'\vec{e_{\rho'}} \qquad (\vec{e_{\rho'}}, \vec{e_{\phi'}}, \vec{k}) \text{ base.}$$

$$\boxed{\vec{V_e} = \dot{\rho_0}\vec{i} + \rho_0\dot{\theta}\vec{j} + \omega\rho'\vec{e_{\phi'}}} \;/\; \text{car } \boxed{\vec{e_{\phi'}} = \vec{k}\wedge\vec{e_{\rho'}}} \qquad \vec{e_{\rho'}} \wedge \vec{e_{\phi'}} = \vec{k}$$

*) Vitesse absolue. $\vec{V_a}(M)$

Par déf : $\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e} \Rightarrow \vec{V_a} = \rho'\dot{\phi}'\vec{e_{\phi'}} + \dot{\rho_0}\vec{i} + \omega\rho'\vec{e_{\phi'}}$

$$\boxed{\vec{V_a} = \dot{\rho_0}\vec{i} + \rho_0\dot{\theta}\vec{j} + (\rho'\dot{\phi}' + \omega\rho')\vec{e_{\phi'}}}$$

3) on calcul l'accélération relative.

Par déf : $\vec{\gamma_r} = \frac{d\vec{V_r}}{dt}\Big)_{R'} \Rightarrow \boxed{\vec{\gamma_r} = \dot{\rho}'\dot{\phi}'\vec{e_{\phi'}} + \rho'\ddot{\phi}'\vec{e_{\phi'}} - \rho'\dot{\phi}'^2\vec{e_{\rho'}}}$

$$\boxed{\vec{\gamma_r}(m) = (\dot{\rho}'\dot{\phi}' + \rho'\ddot{\phi}')\vec{e_{\phi'}} - \rho'\dot{\phi}'^2\vec{e_{\rho'}}}$$

Ahmed CHAOUI

*) $\vec{\gamma_e}(m)$??

Par déf : $\vec{\gamma_e}(m) = \vec{\gamma}(O') + \underbrace{\frac{d\vec{\Omega}}{dt}}_{0 \text{ car } \omega = cte} \wedge \vec{O'M} + \vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{O'M})$

$$\boxed{\vec{\gamma_e} = \vec{\gamma}(O') + \vec{\Omega}(R'/R) \wedge (\vec{\Omega}(R'/R) \wedge \vec{O'M})}$$

$$\vec{\gamma}(O') = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}\Big)_R = \frac{d\vec{V}(O')}{dt}\Big)_R = \ddot{\rho_0}\vec{i} + \dot{\rho_0}\dot{\theta}\vec{j} + \dot{\rho_0}\dot{\theta}\vec{j} + \rho_0\underbrace{\ddot{\theta}}_{0 \text{ car } \dot{\theta} = cte}\vec{j} - \rho_0\dot{\theta}^2\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{\gamma}(O') = (\ddot{\rho_0} - \rho_0\dot{\theta}^2)\vec{i} + 2\dot{\rho_0}\dot{\theta}\vec{j}}$$

et $\vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{O'M}) = \omega\vec{k}\wedge(\omega\vec{k}\wedge\rho'\vec{e_{\rho'}})$

$$= \omega\vec{k}\wedge\omega\rho'\vec{e_{\phi'}} \qquad \boxed{\vec{k}\wedge\vec{e_{\rho'}} = \vec{e_{\phi'}}}$$

$$\boxed{\vec{\Omega}\wedge(\vec{\Omega}\wedge\vec{O'M})} = -\omega^2\rho'\vec{e_{\rho'}}. \qquad \vec{k}\wedge\vec{e_{\phi'}} = -\vec{e_{\rho'}}$$

donc

$$\boxed{\vec{\gamma_e}(m) = (\ddot{\rho_0} + \rho_0\dot{\theta}^2)\vec{i} + 2\dot{\rho_0}\dot{\theta}\vec{j} - \omega^2\rho'\vec{e_{\rho'}}}$$

virgule ≠ dérivé

*) $\vec{\gamma}_c$??

<u>Par définition</u> $\quad \vec{\gamma}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V_r}(m)$ | <u>page 6</u>

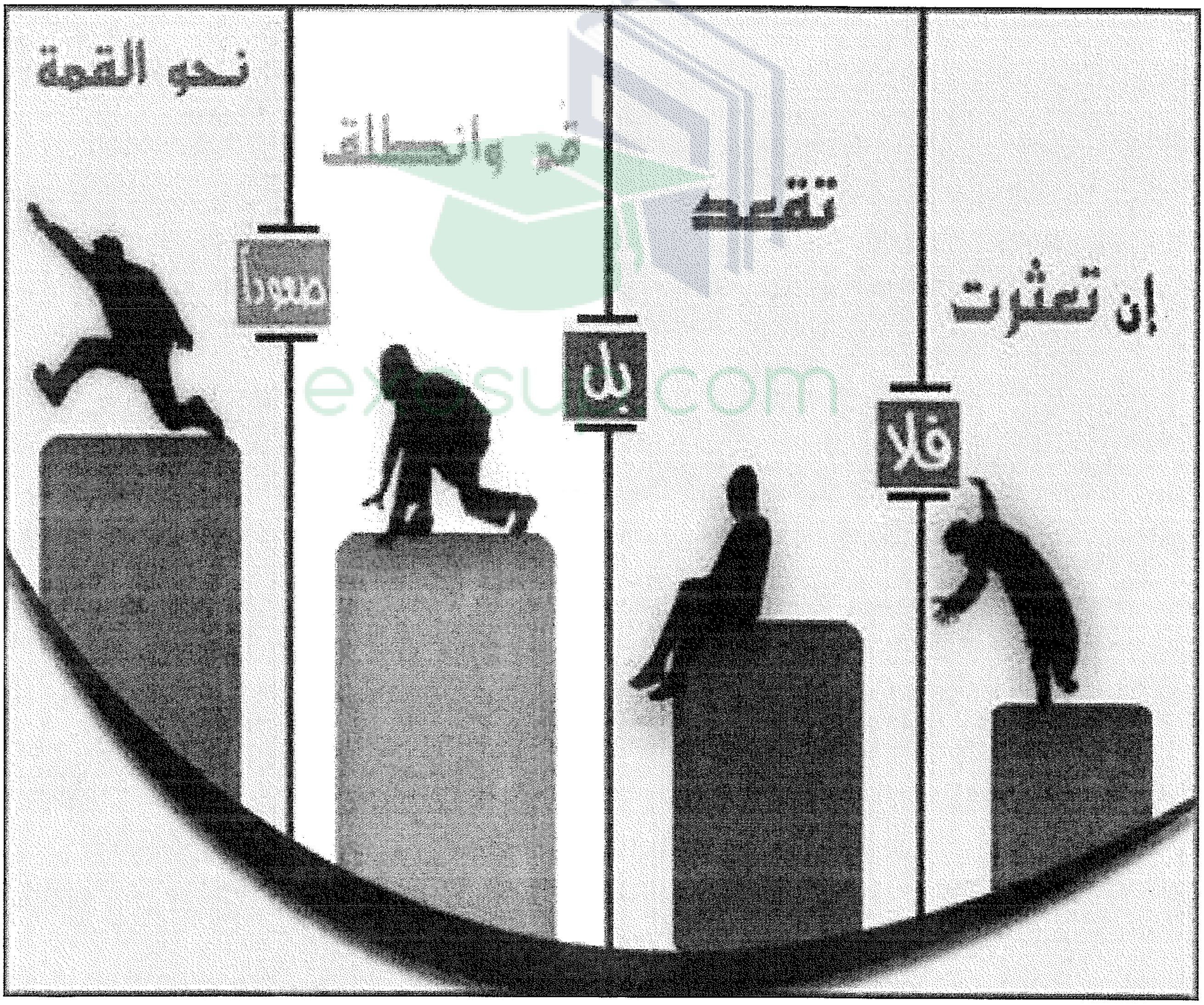
$$\vec{\gamma}_c = 2\omega \vec{k'} \wedge \rho' \dot{\varphi}' \vec{e_{\varphi'}} = -2\omega \rho' \dot{\varphi}' \vec{e_{\rho'}}$$

$$\vec{k'} \wedge \vec{e_{\varphi'}} = -\vec{e_{\rho'}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\gamma}_c = -2\omega \rho' \dot{\varphi}' \vec{e_{\rho'}}}$$

Ahmed

ليس من المهم أن تصل الى قمة الجبل المهم هو أن تصعد الى الجبل



UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

Année universitaire 2009/10
Filière SMPC1
Module Physique 1

EPREUVE DE MECANIQUE 1 :**(Rattrapage, durée 1h 30)**

Un repère galiléen $\mathbb{R}_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$, fixe supposé absolu, muni de la base orthonormée directe $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$, un second repère $\mathbb{R}(A,x,y,Z_0)$, mobile supposé relatif, muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{K}_0)$, son origine le point A est donné par $\overline{\mathbf{O_0A}} = \mathbf{h(t)}\ \overline{\mathbf{K_0}}$. Le repère $\mathbb{R}$ se déduit de $\mathbb{R}_0$ par rotation autour d'axe (O_0Z_0) et d'angle $\varphi = \varphi(t)$ tel que $\varphi = (O_0X_0, O_0x)$. (Voir figure).

On considère un disque $\mathbb{D}$, lié au repère $\mathbb{R}$, situé dans le plan $(A, \vec{i}, \vec{K}_0)$, de centre A, de rayon r (constante). Une particule M, de masse m, décrit la circonférence de $\mathbb{D}$; on définit le mouvement de M par rapport à $\mathbb{R}$ par l'angle $\theta = \theta(t)$ tel que $\theta(t) = (\vec{i}, \vec{u})$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de $\overline{AM}$ et $\vec{v}$ est le vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{u}$ dans le sens de $\theta(t)$ et $(\vec{u}, \vec{j}, \vec{v})$ forme une base orthonormée directe (voir figure).

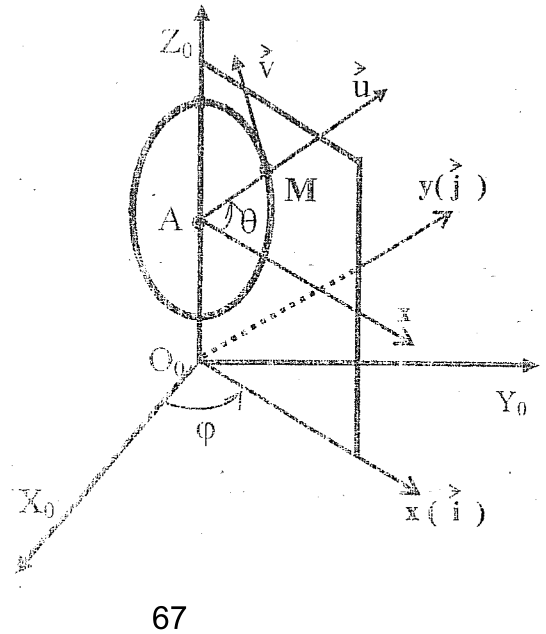
On suppose que $d\theta/dt$, $d\varphi/dt$ et dh/dt sont des constantes.

1°) Donner les composantes du vecteur $\overline{AM}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{K}_0)$ de $\mathbb{R}$, en déduire la nature de la trajectoire de M par rapport à $\mathbb{R}$. De quelle trajectoire s'agit-il ?

2°) Déterminer les vitesses, relative et d'entraînement de M. En déduire sa vitesse absolue.

3°) Exprimer les accélérations, relative, Coriolis et d'entraînement de M. En déduire son accélération absolue dans la base $(\vec{u}, \vec{j}, \vec{v})$

4°) La particule M est soumise à son poids et on suppose que le disque $\mathbb{D}$ exerce sur M une réaction $\vec{R}$. Sachant que ce contact se fait sans frottement, écrire le principe fondamentale de la dynamique en déduire $\vec{R}$.



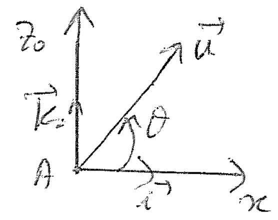
تصحيح امتحان الاستدراكية

SMPC1 : سنة 2009/2010 شعبة

Solution de A. Chaoui avec vérification Monsieur Anoua.

1) $R_0(O_0, x_0, y_0, z_0)$ absolu

$R(A, x, y, z_0)$ relatif.



$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{k_0}$

$\vec{AM} = r\vec{u}$ r est un rayon d'un disque D. et

d'ou $\vec{AM} = \underbrace{r\cos\theta}_{x}\,\vec{i} + \underbrace{r\sin\theta}_{z}\,\vec{k_0}$.

$\Rightarrow \begin{cases} x = r\cos\theta \\ z = r\sin\theta \end{cases} \Rightarrow x^2 + z^2 = r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta \Rightarrow$

$x^2 + z^2 = r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = r^2$

donc $x^2 + z^2 = r^2$

la nature de la trajectoire est un cercle de rayon r et de centre A.

$\mathcal{C}(A, r)$.

Mouvement de M/R est un mouvement relatif.

2) on détermine les vitesse, $\vec{V_r}(M)$, $\vec{V_e}(M)$ et en deduire $\vec{V_a}(M)$

* $\vec{V_r}(M) = \dfrac{d\vec{AM}}{dt}\Big/_R = \dfrac{d\,r\vec{u}}{dt}\Big/_R = \underbrace{\dfrac{dr}{dt}}_{0}\vec{u} + r\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \boxed{r\dot\theta\vec{v}}$ / $\dfrac{dr}{dt}\vec{u} = 0$ car $r = cte$

* $\vec{V_e}(M) = \vec{V}(A) + \vec{\Omega}\wedge\vec{AM} = \dot h\vec{k_0} + \dot\varphi\vec{k_0}\wedge r\vec{u} = \dot h\vec{k_0} + \dot\varphi\vec{k_0}\wedge r(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{k_0})$

$\boxed{\vec{V_e} = \dot h\vec{k_0} + \dot\varphi\vec{k_0}\wedge r(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{k_0}) = \dot h\vec{k_0} + r\dot\varphi\cos\theta\vec{j}}$ / $\vec{k_0}\wedge\vec{k_0} = 0$, $\vec{k_0}\wedge\vec{i} = \vec{j}$

* $\vec{V_a}(M) = \vec{V_r}(M) + \vec{V_e} = r\dot\theta\vec{v} + \dot h\vec{k_0} + \dot\varphi r\cos\theta\vec{j}$

$\vec{u} = \cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{k_0}$

$\vec{v} = -\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{k_0}$

$\boxed{\vec{V_a}(M) = r\dot\theta\vec{v} + \dot h\vec{k_0} + \dot\varphi r\cos\theta\vec{j}}$

page 1

3) on exprime $\vec{\gamma}_r(M)$, $\vec{\gamma}_e(M)$, $\vec{\gamma}_c(M)$ et en déduire $\vec{\gamma}_a(M)$ dans la base $(\vec{u}, \vec{j}, \vec{v})$.

$* \; \vec{\gamma}_r(M) = \left.\dfrac{d\vec{V}_r}{dt}\right|_R \Rightarrow \vec{\gamma}_r = r\ddot{\theta}\vec{v} + r\dot{\theta}\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\gamma}_r = -r\dot{\theta}^2\vec{u}}$ $\quad \left(r\ddot{\theta}\vec{v} = \vec{0} \text{ car } \dot{\theta} = cte \right)$ $\; \ddot{\theta} = 0$

et $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d\vec{v}}{d\theta} \cdot \dfrac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(-\vec{u})$

$* \; \vec{\gamma}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r(M)$

$\vec{\gamma}_c = 2\dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge r\dot{\theta}\vec{v} = 2\dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge r\dot{\theta}(-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{k}_0)$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\gamma}_c(M) = -2\dot{\varphi} r\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j}}$ $\qquad \vec{k}_0 \wedge \vec{k}_0 = 0$ et $\vec{k}_0 \wedge (-\vec{i}) = -\vec{j}$

$* \; \vec{\gamma}_e = \left.\dfrac{d\vec{V}_a(A)}{dt}\right|_R + \underbrace{\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt}}_{\substack{= 0 \\ (\text{car } \vec{\Omega} = cte)}} \wedge \vec{AM} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{AM})$

$\vec{\gamma}_e = \dfrac{d}{dt}(\dot{h}\vec{k}_0) + \dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge (\dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge r\vec{u})$

$\vec{\gamma}_e = 0 + \dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge (\dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge r(\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{k}_0))$

$\vec{\gamma}_e = \dot{\varphi}\vec{k}_0 \wedge (\dot{\varphi} r\cos\theta\,\vec{j})$

$\boxed{\vec{\gamma}_e = -r\dot{\varphi}^2\cos\theta\,\vec{i}}$

$\dfrac{d\vec{V}_a(A)}{dt} = \vec{0}$ car $\dot{h} = cte \Rightarrow \ddot{h} = 0$

$\vec{\Omega} = \dot{\varphi}\vec{k}_0 \qquad \dot{\varphi} = cte$

$\dfrac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{0} \qquad \ddot{\varphi} = 0$

$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{k}_0$

$\vec{k}_0 \wedge \vec{i} = \vec{j}, \quad \vec{k}_0 \wedge \vec{k}_0 = \vec{0}$

$\vec{k}_0 \wedge \vec{j} = -\vec{i}$

$\vec{v} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{k}_0$

$\vec{\gamma}_a(M) = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_c + \vec{\gamma}_e = -r\dot{\theta}^2\vec{u} - 2\dot{\varphi} r\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j} - r\dot{\varphi}^2\cos\theta\,\vec{i}$

$\vec{\gamma}_a(M) = -r\dot{\theta}^2\vec{u} - 2\dot{\varphi} r\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j} - r\dot{\varphi}^2\cos\theta(\cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{v})$

$\boxed{\vec{\gamma}_a = (-r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\cos^2\theta)\vec{u} - 2\dot{\varphi} r\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j} + r\dot{\varphi}^2\cos\theta\sin\theta\,\vec{v}}$

$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{k}_0$

$\vec{v} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{k}_0$

$\vec{i} = \cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{v}$

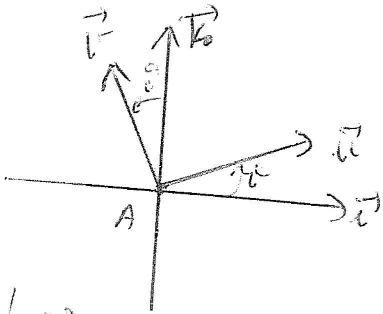
4) * Système étudier {point M}.

* les forces

$\vec{P}$: poids

$\vec{R}$: reaction du disque

* on applique le P.F.D $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}_a$



$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{\gamma}_a(M)$$

$$\vec{P} = -mg\vec{k_0} = -mg\sin\theta\,\vec{u} - mg\cos\theta\,\vec{v}$$

$$\vec{R} = R_u\vec{u} + R_j\vec{j} + R_v\vec{v}$$

$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{k_0}$

$\vec{v} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{k_0}$

$\vec{k_0} = \sin\theta\,\vec{u} + \cos\theta\,\vec{v}$

Project/$\vec{u}$

$-mg\sin\theta + R_u = m(-r\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 r\cos^2\theta)$

$\Rightarrow$ $\boxed{R_u = -mr\dot{\theta}^2 - m\dot{\varphi}^2 r\cos^2\theta + mg\sin\theta}$

Project/$\vec{j}$

$0 + R_j = m(-2\dot{\varphi}\dot{\theta} r\sin\theta)$

$\Rightarrow$ $\boxed{R_j = -2m\dot{\varphi}\dot{\theta} r\sin\theta}$

Project/$\vec{v}$

$-mg\cos\theta + R_v = m(\dot{\varphi}^2 r\cos\theta\sin\theta)$

$\Rightarrow$ $\boxed{R_v = m\dot{\varphi}^2 r\cos\theta\sin\theta + mg\cos\theta}$

Corrigé A. chraui

Avec vérification Mr: Anouar

responsable de cours.

* فإن تعثرت مرة فانهض مرتين (مثل صيني)

* الحياة مركب فبادر في الصعود قبل أن يبحر فارغا (أحمد الشاري)

نادي النجاح بسم الله الرحمان الرحيم page (1) Avec vérification Prof : Anoua

Solution de l'exam de mécanique Normal 2012/2013 :

A – Question de Cours :

Voir le cours.

B – Problèmes :

Exercice 1 :

1°) On déterminer la vitesse $\vec{v}_m$.

Par définition on a : $\vec{v}_m = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_R$.

on a : $\vec{OM} = \begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \\ z = h\theta \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \begin{cases} v_x = \dot{x} = -\rho\dot{\theta}\sin\theta \\ v_y = \dot{y} = \rho\dot{\theta}\cos\theta \\ v_z = \dot{z} = h\dot{\theta} \end{cases}$$

$$\vec{v}_m \begin{cases} v_x = -\rho w\sin\theta \\ v_y = \rho w\cos\theta \\ v_z = hw \end{cases}$$

Car $\dot{\theta} = w$ et $h = cte$.

on calcul le module :

$$\|\vec{v}_m\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$= \sqrt{\rho^2 w^2\sin^2\theta + \rho^2 w^2\cos^2\theta + h^2 w^2}$$

$$= \sqrt{\rho^2 w^2\underbrace{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)}_{1} + h^2 w^2}$$

$$v_m = w\sqrt{\rho^2 + h^2}\ (m.s^{-1})$$

2°) on détermine l'accélération $\vec{\gamma}_m$ par définition : $\vec{\gamma}_m = \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_R$.

$$\begin{cases} \gamma_x = \dot{v}_x = \ddot{x} = -\rho\dot{\theta}^2\cos\theta \\ \gamma_y = \dot{v}_y = \ddot{y} = -\rho\dot{\theta}^2\sin\theta \\ \gamma_z = \dot{v}_z = \ddot{z} = 0 \end{cases}$$ / car h et w sont cste.

$$\Rightarrow \vec{\gamma}_m \begin{cases} \gamma_x = -\rho w^2\cos\theta \\ \gamma_y = -\rho w^2\sin\theta \\ \gamma_z = 0 \end{cases}$$ (car h et w sont constante.

on déterminer le module de $\vec{\gamma}_m$.

$$\|\vec{\gamma}_m\| = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2}$$

$$= \sqrt{+\rho^2 w^4\cos^2\theta + \rho^2 w^4\sin^2\theta}$$

$$\|\vec{\gamma}_m\| = \sqrt{\rho w^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)} = \sqrt{\rho^2 w^4} = \rho w^2.$$

$$\|\vec{\gamma}_m\| = \rho w^2\ (m.s^{-2}).$$

3°) on a $\gamma^2 = \gamma_t^2 + \gamma_N^2$ $\longrightarrow \gamma_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$

$\gamma_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = 0$ car ($v = cte$)

Donc : $\gamma^2 = \gamma_t^2 + \gamma_N^2$

$$\Rightarrow \gamma^2 = \gamma_N^2 \Rightarrow \gamma = \gamma_N$$

$$\gamma = \gamma_N = \frac{v^2}{R_C}.$$

$$\Rightarrow R_C = \frac{v^2}{\gamma} = \frac{\cancel{w^2}(\rho^2 + h^2)}{\rho\cancel{w^2}}$$

$$\boxed{R_C = \rho + \frac{h^2}{\rho}}$$ en (m)

$$\boxed{R_C = \rho + \frac{h^2}{\rho}}$$

Exercice II

page ②

1°) D'après le cours on a le principe fondamentale de la dynamique dans R,

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{\gamma}_a(m).$$

ou :

$$\sum \vec{F}_{ext} + \vec{F}_e + \vec{F}_e = m\,\vec{\gamma}_r(m).$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_e + \vec{F}_c = m\,\vec{\gamma}_r(m)$$

2°) L'expression de $\vec{F}_e$.

$$\vec{F}_e = -m\,\vec{\gamma}_e(m)$$

* On détermine $\vec{\gamma}_e(m)$.

On a : $\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}_a(C) + \cancel{\frac{d\vec{\Omega}}{dt}(R/R_0)}^{=0} \wedge \vec{CM} + \vec{\Omega}(R/R_0) \wedge (\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{CM})$

$$\vec{\gamma}_a(C) = \frac{d\vec{v}_a(C)}{dt}\Big)_{R_0}$$

On a : $\vec{O_0C} = a\vec{i}$

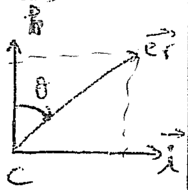
$$\vec{v}_a(C) = aw\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{\gamma}_a(C) = -aw^2\vec{i}}$$

$$(\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{CM}) = (w\vec{k} \wedge a\vec{e_r})$$

$$= aw(\vec{k} \wedge \vec{e_r})$$

$$\boxed{\vec{e}_r = \cos\theta\,\vec{k} + \sin\theta\,\vec{i}}$$



$$= aw[\vec{k} \wedge (\cos\theta\,\vec{k} + \sin\theta\,\vec{i})]$$

$$= aw\sin\theta\,\vec{j} \quad / \quad \begin{cases}(\vec{k} \wedge \vec{k} = 0)\\(\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j})\end{cases}$$

$$\boxed{(\vec{\Omega}(R/R_0)) \wedge \vec{CM} = aw\sin\theta\,\vec{j}}$$

Donc :

$$(\vec{\Omega}(R/R_0)) \wedge (\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{CM}) = w\vec{k} \wedge (aw\sin\theta\,\vec{j})$$

$$= -aw^2\sin\theta\,\vec{i} \qquad \underline{\vec{k} \wedge \vec{j} = -\vec{i}}$$

$$\vec{\gamma}_e(m) = -aw^2\vec{i} - aw^2\sin\theta\,\vec{i}$$

d'où : $\boxed{\vec{F}_e = -m\vec{\gamma}_e = [m(aw^2 + aw^2\sin\theta)]\vec{i}}$

On détermine : $\vec{F}_c = -m\vec{\gamma}_c$

On a : $\vec{\gamma}_c = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r(m)$

$$\vec{v}_r(m) = \frac{d\vec{CM}}{dt}\Big)_R$$

$$\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \frac{d\vec{e_r}}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$$

On a : $\vec{CM} = a\vec{e_r}$

$$\boxed{\vec{v}_r(M) = a\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}}$$

$$\vec{\gamma}_c(M) = 2w\vec{k} \wedge a\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} \qquad (\vec{e_\theta} = \cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{k})$$

$$\vec{\gamma}_c(m) = 2wa\dot{\theta}\cos\theta\,\vec{j}$$

$$\vec{\gamma}_c(M) = 2wa\dot{\theta}\cos\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{F}_c = -m\vec{\gamma}_c = -2mwa\dot{\theta}\cos\theta\,\vec{j}}$$

3) en déduire l'équation du mouvement sous forme

$$f(\theta) = \ddot{\theta}$$

On a le point M est mobile sans frottement et le mouvement d'après le schéma suivant $\vec{e_\theta}$

$$\Rightarrow \vec{R} \perp \vec{e_\theta} \Rightarrow R_\theta = 0$$

donc : $\boxed{\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_e + \vec{F}_c = m\vec{\gamma}_r(m)}$

$$\vec{P} = -mg\,\vec{k}$$

$$\vec{R} = R_r\vec{e_r} + \cancel{R_\theta}^{=0}\vec{e_\theta} + R_j\vec{j}$$

On a : $\begin{cases}\vec{e_r} = \cos\theta\,\vec{k} + \sin\theta\,\vec{i}\\ \vec{e_\theta} = \cos\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,\vec{k}\end{cases}$

$\Rightarrow \vec{k} = \cos\theta\, \vec{e_r} - \sin\theta\, \vec{e_\theta}$

$\vec{i} = (\sin\theta\, \vec{e_r} + \cos\theta\, \vec{e_\theta})$

$\vec{P} = -mg(\cos\theta\, \vec{e_r} - \sin\theta\, \vec{e_\theta})$

$\vec{R} = R_r\vec{r} + R_\theta \vec{e_\theta} + R_j \vec{j}$

$\vec{Fe} = (maw^2 + aw^2 m\sin\theta)(\sin\theta\, \vec{e_r} + \cos\theta\, \vec{e_\theta})$

$\vec{Fc} = -2m\, wa\dot\theta \cos\theta\, \vec{j}$.

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{Fe} + \vec{Fc} = m\vec{\gamma_r}$

$$\begin{pmatrix} -mg\cos\theta \\ mg\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{e_r}\\ \vec{e_\theta}\\ \vec{j}\end{matrix} + \begin{pmatrix} R_r \\ R_\theta \\ R_j \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{e_r}\\ \vec{e_\theta}\\ \vec{j}\end{matrix} + \begin{pmatrix} (maw^2 + maw^2\sin\theta)\sin\theta \\ (maw^2 + maw^2\sin\theta)\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{e_r}\\ \vec{e_\theta}\\ \vec{j}\end{matrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2maw\dot\theta\cos\theta \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{e_r}\\ \vec{e_\theta}\\ \vec{j}\end{matrix} = m\begin{pmatrix} -a\dot\theta^2 \\ a\ddot\theta \\ 0 \end{pmatrix}\begin{matrix}\vec{e_r}\\ \vec{e_\theta}\\ \vec{j}\end{matrix}$$

On a le mouvement suivant à $\vec{e_\theta}$ et le dérivées seconde de l'accélération angulaire suivant à $\vec{e_\theta}$

donc l'équation du mouvement suivant à $\vec{e_\theta}$:

Donc l'équation du mouvement suivant à $\vec{e_\theta}$.

$mg\sin\theta + m(aw^2 + aw^2\sin\theta)\cos\theta = ma\ddot\theta$

$\ddot\theta = \frac{g}{a}\sin\theta + (w^2 + w^2\sin\theta)\cos\theta = f(\theta)$

$\ddot\theta = f(\theta)$

4°) L'expression de R.

On a : $\vec{R} = R_r + R_j$ et $R_\theta = 0$

$(\text{car } \vec{R} \perp \vec{e_\theta})$

$-mg\cos\theta + R_r + (maw^2 + maw^2\sin\theta)\sin\theta$

$= -ma\dot\theta^2$

$$\begin{cases} R_r = -(ma\dot\theta^2 + maw^2\sin\theta + maw^2\sin^2\theta) \\ \quad + mg\cos\theta. \\ R_j = 2amw\dot\theta\cos\theta. \end{cases}$$

نادي النجاح

Success club.

ولذلك يتقدم المكتب المسير لنادي النجاح بالشكر الجزيل للبروفسور والأستاذ الفاضل :

Pr: ANOUA

الذي ساعدنا في تصحيح هذه الامتحانات

Ahmed CHAOUI

Ahmed

MECANIQUE

Problème 2:

Soient un repère galiléen R_0 (O_0, X_0 ,Y_0 , Z_0) supposé fixe (absolu), muni de la base orthonormée directe ($\vec{I}_0$, $\vec{J}_0$, $\vec{K}_0$) et un second repère R (C,x,y,Z_0) mobile (relatif) muni de la base orthonormée directe ($\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}_0$), le point C est défini par $\overline{O_0C} = z(t)\vec{K}_0$. Le repère R se déduit de R_0 par rotation d'axe (O_0 Z_0) et d'angle $\alpha(t) = (C\ X_0\ ,\ Cx\ ) = \omega t$ avec ω constante.(voir figure)

Dans le plan $(\vec{I}, \vec{J})$, on a :

- une barre AB, de longueur 2L constante, centrée en C et porté par l'axe Cx,
- un point matériel M, de masse m, se déplace sur la barre AB tel que $|\overline{CM}| = x(t)$

1°) Exprimer, les vecteurs vitesse relative et d'entraînement en déduire la vitesse absolue de M.

2°) Déterminer les accélérations relatives, Coriolis et d'entraînement en déduire l'accélération absolue de M.

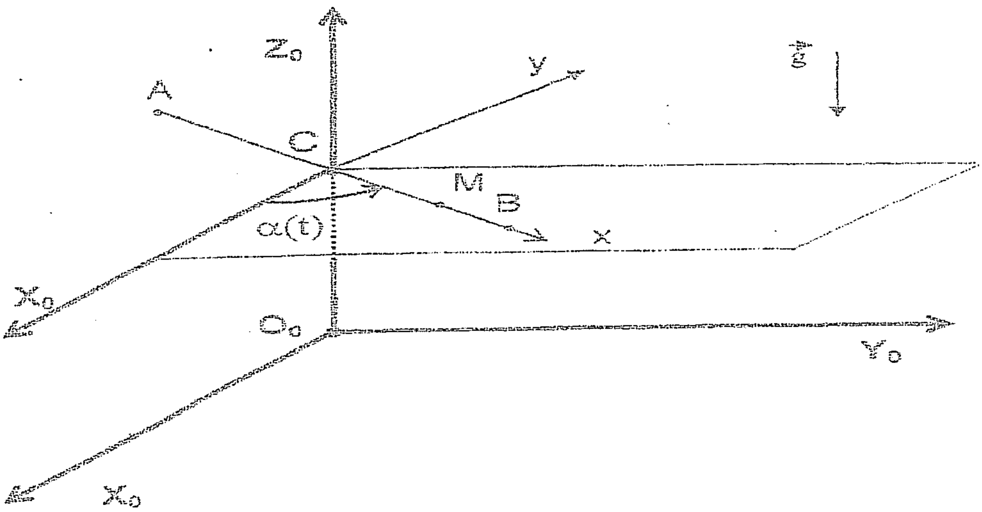
3°) Donner la définition et la nature de la trajectoire relative de M.

4°) On suppose que la barre exerce sur M une réaction $\vec{R}$ et M est soumis, en plus de son poids, à une force $\vec{F} = -k\ \overline{CM}$ (k constante positive).

Ecrire le principe fondamental de la dynamique, donner les composantes de la réaction $\vec{R}$.

5°) Dans le cas où ce contact se fait sans frottement, donner $\vec{R}$ et écrire l'équation différentielle du mouvement de M en x(t).

Préciser sa nature dans le cas où $\left(\frac{k}{m} \rangle \omega^2\right)$ et dans le cas où $\left(\frac{k}{m} \langle \omega^2\right)$.



. صوّب نحو القمر، فحتى إذا أخطأت، فأنت ستصيب النجوم.

. لكي تكون ناجحا، عليك أن تقرر بدقة ما الذي تريد أن تحققه، ثم تدفع الثمن اللازم للحصول على ما تريده.

. لا يهم من أين أنت قادم، ما يهم هو إلى أين أنت ذاهب.

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

نادي
النجاح

solution de problème ②
Mecanique S1
avec vérification de Monsieur
et Professeur : ANOUA

Page ①

26/12/1

CHAOUI
Ahmed

1) on exprime $\vec{V_r}$ et $\vec{V_e}$ et en ~~déduit~~ déduire $\vec{V_a}$ de M.

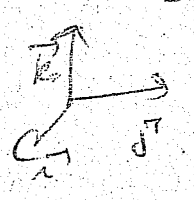
Par définition on a :
$$\begin{cases} \vec{V_r} = \left.\dfrac{d\vec{CM}}{dt}\right)_R \\ \vec{V_e} = \left.\dfrac{d\vec{O_0C}}{dt}\right)_{R_0} + \vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{CM} \end{cases}$$

$\vec{V_r} = \left.\dfrac{d\vec{CM}}{dt}\right)_R$ on a : $\vec{CM} = x(t)\vec{i} \Rightarrow \left.\dfrac{d\vec{CM}}{dt}\right)_R = \dot{x}(t)\vec{i}$.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V_r} = \dot{x}\,\vec{i}}$$

$$\vec{V_e} = \left.\dfrac{d\vec{O_0C}}{dt}\right)_{R_0} + \vec{\Omega} \wedge \vec{CM}$$

$$= \dot{z}\,\vec{k_0} + \omega\vec{k} \wedge x\vec{i} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \vec{\Omega} = \dfrac{d\alpha(t)}{dt} = \omega\vec{k_0} \\ \vec{O_0C} = z\,\vec{k_0} \\ \vec{k_0} \wedge \vec{i} = \vec{j} \end{cases}$$



$$\boxed{\vec{V_e} = \dot{z}\,\vec{k_0} + \omega x\,\vec{j}}$$

$$\boxed{\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e} = \dot{x}\,\vec{i} + \omega x\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k_0}}$$

2) on determine $\vec{\gamma_r}(m)$ et $\vec{\gamma_c}(m)$ et $\vec{\gamma_e}(m)$ et en déduire $\vec{\gamma_a}(m)$

Par définition :

*) $\vec{\gamma_r}(m) = \left.\dfrac{d\vec{V_r}}{dt}\right)_R = \left.\dfrac{d^2\vec{CM}}{dt^2}\right)_R = \ddot{x}\,\vec{i}$

*) $\vec{\gamma_e}(m) = \left.\dfrac{d^2\vec{O_0C}}{dt}\right)_{R_0} + \dfrac{d\vec{\Omega}(R/R_0)}{dt} \wedge \vec{CM} + \vec{\Omega}(R/R_0) \wedge (\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{CM})$

page ②

$$\begin{cases} \left.\dfrac{d^2\overrightarrow{O_0C}}{dt^2}\right/_{R_0} = \ddot{z}\,\vec{k_0} \quad \text{et} \quad \vec{\Omega}(R/R_0) = \omega\vec{k_0} \Rightarrow \dfrac{d\vec{\Omega}(R/R_0)}{dt} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{0} \\ \hfill \text{car } \omega = \text{cte}. \\ \Rightarrow \vec{\gamma_e}(m) = \ddot{z}\,\vec{k_0} + 0 + \vec{\Omega}(R/R_0) \wedge (\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \overrightarrow{CM}) \end{cases}$$

d'ou $\left.\vec{\gamma_e}(m)\right/_{R_0} = \ddot{z}\,\vec{k_0} + \omega\vec{k_0} \wedge (\omega\vec{k_0} \wedge x\vec{i})$ | $\vec{k_0} \wedge \vec{i} = \vec{j}$, $\vec{k_0} \wedge \vec{j} = -\vec{i}$

$= \ddot{z}\,\vec{k_0} + (\omega\vec{k_0} \wedge \omega x\vec{j})$

lors $\boxed{\left.\vec{\gamma_e}(m)\right/_{R_0} = \ddot{z}\,\vec{k_0} - \omega^2 x\vec{i}}$

*) $\vec{\gamma_c}(m) = 2\vec{\Omega}(R/R_0) \wedge \vec{V_r} = 2\omega\dot{x}\vec{j}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{\gamma_c}(m) = 2\omega\dot{x}\vec{j}}$

*) $\vec{\gamma_a}(m) = \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_c} + \vec{\gamma_e} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{z}\,\vec{k_0} - \omega^2 x\vec{i} + 2\omega\dot{x}\vec{j}$

$\boxed{\vec{\gamma_a}(m) = (\ddot{x} - \omega^2 x)\vec{i} + 2\omega\dot{x}\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k_0}}$

3) le mouvement relatif de M equivalente le mouvement de M/R rectiligne suivant Cx.

4) le principe fondamentol de la dynamique est :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{\gamma_a}(m)$

le système étudier {point M}

les forces qui appliqué $\Rightarrow$ $\begin{cases} \vec{P} = -mg\vec{k_0} \\ \vec{F} = -k\vec{OM} = -kx\vec{i} \\ \vec{R} = R\vec{i} + R\vec{j} + R\vec{k_0} \end{cases}$

on applique le principe fondamentale de la dynamique.

$\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{\gamma_a(M)}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{\gamma_a(M)}$

$-mg\vec{k_0} - kx\vec{i} + R\vec{i} + R\vec{j} + R\vec{k_0} = m\left[(\ddot{x} - \omega^2 x)\vec{i} + 2\omega\dot{x}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k_0}\right]$

*) pour détermine R_i on projection cette relation sur $\vec{i}$.

$\boxed{R_i = m(\ddot{x} - \omega^2 x) + kx}$

$\boxed{\vec{i}\cdot\vec{j} = 0 \quad \vec{i}\cdot\vec{k_0} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{i}\cdot\vec{i} = 1}$

*) pour détermine R_j on projet / $\vec{j}$

$\boxed{R_j = 2\omega m\dot{x}}$

*) pour détermine R_{k_0} on projet / $\vec{k_0}$

$\boxed{R_{k_0} = m\ddot{z} + mg}$

5) Dans le cas sans frottement.

on a le mouvement suivant à $\vec{i}$ donc $\vec{R} \perp \vec{i}$ $\Rightarrow R_i = 0$

$$\begin{cases} R_i = 0 \\ R_j = 2m\omega\dot{x} \\ R_{k_0} = m\ddot{z} + mg \end{cases}$$

$$R_i = 0 \Rightarrow m(\ddot{x} - \omega^2 x) + kx = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)x = 0}$$

l'equation differentiel du mouvement suivant à $\vec{i}$.

on étudier les cas:

⊕ Si $\left(\frac{k}{m}\right) \omega^2\right) \Rightarrow$ mouvement sinusoidale

⊕ Si $\left(\frac{k}{m} < \omega^2\right) \Rightarrow$ " exponentiel (hyperbolique

bonne courage à tous

Success club. نادي النجاح

www.facebook.com/success.club

CHAOUI Ahmed

Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique
El Jadida

نادي النجاح
club success

Année universitaire 2012/13
Filière : SMP3
Module : Physique 4

EPREUVE DE MECANIQUE 3

ANOUA

On se propose d'étudier le mouvement, sur un axe horizontale ox, d'une particule M de masse m accrochée à deux ressorts de masse négligeables, de même raideur k et de même longueur à vide l_0. Les deux autres extrémités des ressorts sont fixées aux points A et B de l'axe ox

(OA=OB=a) . Les frottements de M sur ox sont supposés négligeables (voir figure). On note x le déplacement de M sur l'axe ox ($\overrightarrow{OM}$=x $\vec{e}_x$) .

1°) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique :

a- établir l'équation différentielle du mouvement sous la forme

$$\ddot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$$

b- donner l'expression de ω_0 et de T_0.

La particule M est maintenant soumise(en plus de son poids et de la réaction de l'axe ox) à une force d'amortissement visqueux $\vec{f}_v = -\alpha\vec{v}$($\alpha$ coefficient d'amortissement positif).

2°) En utilisant le principe fondamental de la dynamique :

a- écrire l'équation différentielle de M dans le cas où les extrémités A et B sont fixes sur l'axe ox. (On posera $\lambda=\alpha/2m$ et $\omega_0{}^2= 2k/m$)

b- dans le cas où $\lambda<\omega_0$, comment appelle-t-on ce type de mouvement ?

c- montrer que l'équation horaire du mouvement de M dans ce cas s'écrit de la manière suivante :

$$x(t)= X e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \varphi)$$

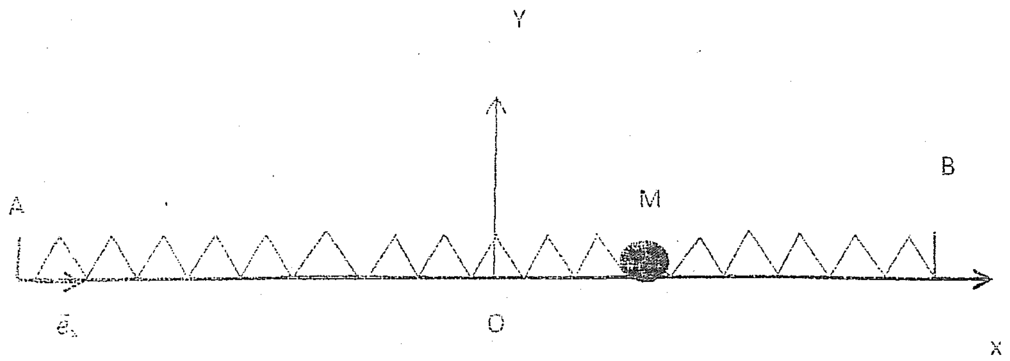
d- sachant qu'à t=0 ; x=0 et qu'on communique à M une vitesse $\vec{v} = V_0\vec{e}_x$, donner ω, X et φ.

e- Quelle est la pseudo-période T des oscillations de M ?
comparer T à la période propre T_0 de l'oscillateur non amorti.

3°) En plus de la force d'amortissement visqueux $\vec{f}_v = -\alpha\vec{v}$ à laquelle la particule M est soumise, une force sinusoïdale $\vec{f}_e = F\cos(\omega_e t)\vec{e}_x$ est exercée sur l'extrémité A. L'autre extrémité B étant fixe.

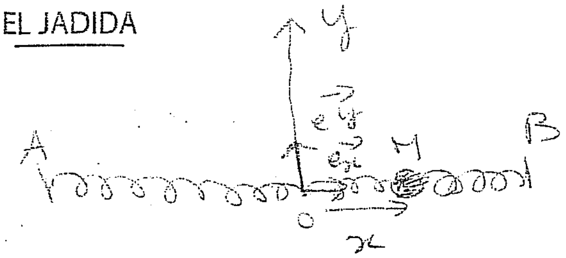
a- établir l'équation différentielle du mouvement de M

b- donner la solution de cette équation en régime permanent (établi) et déterminer son amplitude et sa phase.



Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

1



1°/ a- Le théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F}_{ext \to M}) \quad (1)$$

- Les forces exercées sur M :

$\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$

$\vec{P} = -mg\vec{e_y}$, $\vec{T_1} = -k(AO + x - \ell_0)\vec{e_x}$
$= -k(a + x - \ell_0)\vec{e_x}$

$\vec{R} = R\vec{e_y}$, $\vec{T_2} = k(OB - x - \ell_0)(-\vec{e_x})$
$= +k(a - x - \ell_0)\vec{e_x}$

$E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$, $\vec{v}(M) = \dot{x}\vec{e_x}$

$\mathcal{P}(\vec{F}_{ext}) = \underbrace{\vec{P}.\dot{x}\vec{e_x}}_{0} + \underbrace{\vec{R}.\dot{x}\vec{e_x}}_{0} + (\vec{T_1} + \vec{T_2})\dot{x}\vec{e_x}$
$= (\vec{T_1} + \vec{T_2}).\dot{x}\vec{e_x} = -2kx\dot{x}$

4 pts

$\vec{T_1} + \vec{T_2} = -2kx\vec{e_x}$

$\Rightarrow (1) \Rightarrow m\dot{x}\ddot{x} = -2kx\dot{x}$

$m\ddot{x} + 2kx\dot{x} = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0}$

$\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = 0}$

(2)

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

(1pt) b – $\omega_0^2 = \frac{2k}{m}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$

2°/ P.F.D : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = m\vec{\gamma}$

a –

$/\vec{e_x}$: $-2kx - \alpha\dot{x} = m\ddot{x}$

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{2k}{m}x = 0.$$

(2pts)

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2)$$

(1) b – $\lambda < \omega_0$ correspond au cas de l'amortissement faible le régime est pseudo-périodique.

c – dans le cas on a $\Delta' < 0$

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2$$

la solution de l'équation s'écrit :

(3pts)

$$x(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

cours l'équation caractéristique de (2) $\Leftrightarrow$

$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$ | $x(t) = e^{-\lambda t}(Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t})$

$r_1 = -\lambda + i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

$r_2 = -\lambda - i\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

③

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

en utilisant la formule de Moivre : $e^{i n \theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$$x(t) = e^{-\lambda t}\left((A+B)\cos\omega t + (A-B) i \sin(\omega t)\right)$$

$x(t)$ est une élongation donc la solution doit être une valeur réelle :

on choisit $(A+B)$ réelle et $(A-B)$ imaginaire

$$x(t) = e^{-\lambda t}\left(C\cos\omega t + D\sin\omega t\right)$$

ou : $x(t) = X e^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi)$

d- $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

à $t = 0$ $x(t) = 0 = X\cos\varphi$ puisque $X \neq 0$

$$\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$\dot{x}(t_0) = v_0 = X\left(-\lambda e^{-\lambda t}\cos(\omega t + \varphi) - e^{-\lambda t}\omega\sin(\omega t + \varphi)\right)$$

$$= X\left(-\lambda \underbrace{\cos\varphi}_{=0} - \omega\sin\varphi\right)$$

2 pts

$\Rightarrow$ $v_0 = -X\omega\sin\varphi$ ~~$X\omega$~~

si $v_0 > 0$ $\Rightarrow$ $\sin\varphi < 0$ $\Rightarrow$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ $X = \frac{v_0}{\omega}$

si $v_0 < 0$ $\Rightarrow$ $\sin\varphi > 0$ $\Rightarrow$ $\varphi = \pi/2$ $\Rightarrow$ $X = -\frac{v_0}{\omega}$

Royaume du Maroc

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES

EL JADIDA

4

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

e- $\omega = \sqrt{-\lambda^2 + \omega_0^2}$, la pseudo-période c'est

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\omega_0^2}}}$$

Cours $\frac{\lambda}{\omega_0} << 1$

2pts

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\omega_0^2}}} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2$$

$$T \simeq T_0 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\omega_0}\right)^2\right]$$

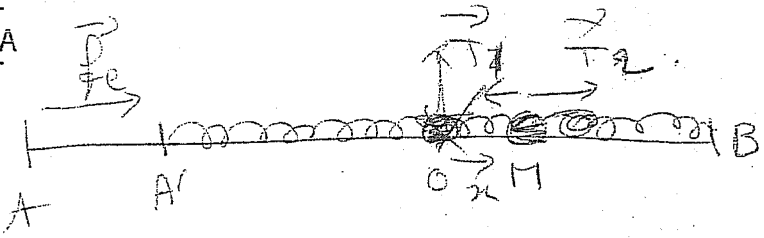
$$\Longrightarrow T > T_0$$

3°/ a-

5

Royaume du Maroc
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

3)



P.F.D : → M :

$$\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f_v} = m\vec{\gamma} \quad (3)$$

$/\vec{e_x}$: $\quad \vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{f_v} = m\vec{\gamma} \quad (3)$

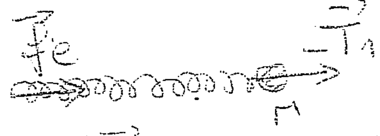
$\Rightarrow \quad \cancel{\vec{T_1} + \vec{T_2} - \alpha\dot{x} = m\ddot{x}}$

$$\vec{T_2} = k(a - x - l_0)\,\vec{e_x}$$

mais $\vec{T_1}$ a changé puisque $\vec{f_e}$ est appliquée en A.

$\vec{T_1} = ?$

la masse du ressort R_1 étant négligeable :



$\sum \vec{F}_{ex}$ appliquées à $R_1 = \vec{0}$

$$\vec{f_e} - \vec{T_1} = 0 \Rightarrow \vec{f_e} = \vec{T_1}$$

ds (3) on remplace $\vec{T_1}$ par $\vec{f_e}$:

$$\Rightarrow \vec{f_e} + \vec{T_2} + \vec{f} = m\vec{\gamma}$$

$$F\cos(\omega_e t) + k(a - x - l_0) - \alpha\dot{x} = m\ddot{x}$$

6

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{\alpha}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}(-a + x + \ell_0) = \frac{F}{m}\cos(\omega_e t)$$

On pose $X = x + \ell_0 - a$.

2.5

$$\Rightarrow \ddot{X} + \frac{\alpha}{m}\dot{X} + \frac{k}{m}X = \frac{F}{m}\cos(\omega_e t) \quad (4)$$

solution de (4)

$$X = \underbrace{X_1}_{\text{transitoire}} + X_2 \text{ (permanente)}.$$

$$\longrightarrow X_2 = A\cos(\omega_e t + \varphi).$$

methode complexe (voir cours) donne :

$$A = \frac{F}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (2\lambda m)^2}}$$

2.5

2.6

et $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{2\lambda m}{\omega_e^2 - \omega_0^2}$

$$\varphi = \operatorname{Arctg}\left(\frac{2\lambda m}{\omega_e^2 - \omega_0^2}\right)$$

النجاح هو حصيلة مجهودات صغيرة نكررها كل يوم.

Correction de l'examen d'atomistique Session Normale 2013/2014

Exercice A

1) Signification de A et Z :

$^{A}_{Z}X$ A : nombre de masse ; Z : numéro atomique.

2) Les isotopes sont des éléments chimiques ayant même numéro atomique Z, mais nombre de masse A différent.

3) $^{12}_{6}C$; $^{14}_{6}C$: isotopes de carbone

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

$^{16}_{8}O$; $^{17}_{8}O$; $^{18}_{8}O$: isotopes d'oxygène

4) $92,23 + x + 3,10 = 100\ \% \Rightarrow x = 100 - 92,23 - 3,10 = 4.67$

$$\boxed{x = 4,67}$$

Exercice B

1) Les éléments de la même colonne forment une famille chimique ou un groupe chimique.

2) a- Pour obtenir la configuration électronique d'un élément chimique, il faut respecter :

- Principe de stabilité.
- La règle de Klechkowski.
- Le principe d'exclusion de Pauli
- La règle de Hund

b- Les éléments cités appartiennent tous à la même colonne verticale du tableau périodique. Ils ont tous la même structure électronique externe.

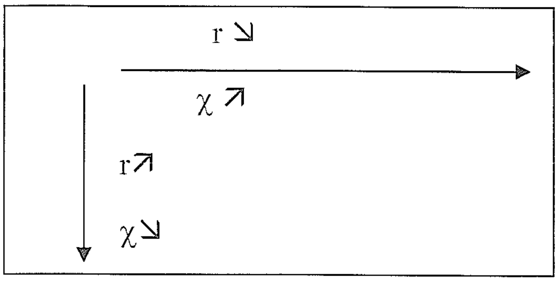
Entre les lignes 2 et 3 le numéro atomique augmente de 8 pour les éléments d'une même colonne. ns^2np^2

$Z(C) + 8 = Z(Si) = 6 + 8 = 14$

- Entre les lignes 3 et 4, 4 et 5 le numéro atomique augmente de 18 pour les éléments d'une même colonne à droite (sous couche externe p). En effet viennent s'intercaler 10 éléments de transition : $(n-1)d^{10}ns^2np^2$
  $Z(Si) + 18 = Z(Ge) = 14 + 18 = 32$
  $Z(Ge) + 18 = Z(Sn) = 32 + 18 = 50$
- Entre les lignes 5 et 6 le numéro atomique augmente de 32 pour les éléments d'une même colonne à droite (sous-couche externe p). En effet viennent s'intercaler 10 éléments de transition et 14 lanthanides : $(n-2)f^{14}(n-1)d^{10}ns^2np^2$
  $Z(Ge) + 32 = Z(Pb) = 50 + 32 = 82$

c- Tous ces éléments appartiennent au bloc P car la sous-couche p n'est pas totalement remplie, ou en cours de remplissage.

3)



$r_C < r_{Si} < r_{Ge} < r_{Sn} < r_{Pb}$

ou ($r_{Pb} > r_{Sn} > r_{Ge} > r_{Si} > r_C$)

$\chi(Pb) < \chi(Sn) < \chi(Ge) < \chi(Si) < \chi(C)$

ou ($\chi(C) > \chi(Si) > \chi(Ge) > \chi(Sn) > \chi(Pb)$)

NB : compter juste s'il y a des virgules mais que ça soit dans le sens croissant.

4)

a- L'énergie d'ionisation est l'énergie nécessaire pour arracher un électron de la couche externe d'un élément chimique, <u>à l'état gazeux (facultatif)</u>

b- $AE(Si) = E(Si) - E(Si^-)$

Configuration électronique de Si : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

Configuration électronique de Si^- : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$

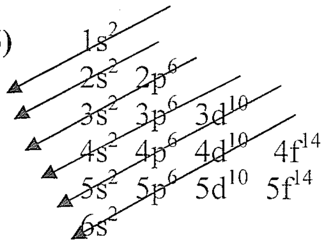
$AE(Si) = 4E_{3s3p} - 5E'_{3s3p}$

$E_{3s3p} = -(13.6/9)(14 - 3\sigma_{3s3p} - 8\sigma_{2s2p} - 2\sigma_{1s})^2$

$E'_{3s3p} = -(13.6/9)(14 - 4\sigma_{3s3p} - 8\sigma_{2s2p} - 2\sigma_{1s})^2$

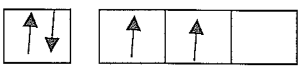
$AE(Sn) = E(Sn) - E(Sn^-) = -(13.6/9)[4(14 - 3\sigma_{3s3p} - 8\sigma_{2s2p} - 2\sigma_{1s})^2 - 5(14 - 4\sigma_{3s3p} - 8\sigma_{2s2p} - 2\sigma_{1s})^2]$

5)



C.e. du Sn : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6 3s^2 3p^6\ 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^2$

b- La couche de valence de Sn est $5s^2\ 5p^2$



c- D'après la C.e. de Sn la plus grande valeur de n atteinte est 5 donc Sn appartient à la période 5.

«البحث عن المعرفة هو أحد
الخطط للوصول إلى السعادة والرخاء»

CHAOUKI
BOUCHAIB
SMC5

Correction
EXAMEN 2011/2012

« Atomistique »

1) Compléter le tableau suivant :

Nucléides	nombre de protons (Z)	Nombre de neutrons (N)	Nombre de masse (A)	Nombre d'électrons
Nucléide (1) ($_5X$)	5	5	10	5
(2) ($_9X^-$)	9	10	19	10
(3) (X^{2+})	12	12	24	10
(4) X^+	5	6	11	4

2) oui on a deux isotopes $X(Z=5)$ et $(X^+ (Z=5))$
(le nucléide 1 et le nucléide 4)

3) Configuration électronique de chaque nucléide.

$X(Z=5)$: $1s^2 2s^2 2p^1$

$X^-(Z=9)$: $1s^2 2s^2 2p^6$

$X^{2+}(Z=12)$: $1s^2 2s^2 2p^6$

$X^+(Z=5)$ $1s^2 2s^2$

4) Pour $(Z=5)$ de X : $1s^2 2s^2 2p^1$

$n=2$, $l=1$ (car orbitale p) ; $m_p = -1, 0, 1$.

$s = +\frac{1}{2}$

5)

nucléide	période	groupe
$_5X$	2	13
$_9X^-$	2	18
X^{2+}	2	18
X^+	2	2

6) on classe les nucléides dans l'ordre croissant de leur taille

$$R_{X^+} < R(X^{2+}) < R(X) < R(X^-)$$

7)

$$m = \sum m_i x_i$$

$$\begin{cases} m = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{100} \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow x_3 = 1 - (0{,}101 + 0{,}113) \end{cases}$$

$$x_3 = 0{,}786.$$

$$m = \frac{25 \times 0{,}101 + 26 \times 0{,}113 + 24 \times 0{,}786}{100} = 0{,}24 \text{ g/mol}$$

8) On a $n = 1$ et $E_1(H) = -13,6\ eV$

a) l'énergie $E_n(H)$ en fonction de n pour l'hydrogène

$$\boxed{E_n(H) = -\frac{13,6}{n^2}\ eV}$$

b) $n = ???$

$$\Delta E = 13,6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

On a $n = 1$

$$\Delta E = 13,6\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{10,2}{13,6} - 1 = -\frac{1}{n_i^2}$$

$$-0,25 = -\frac{1}{n_i^2} \Rightarrow n_i^2 = 4$$

$$\boxed{n_i = 2}$$

«إن لم نجد طريق النجاح !
فعلينا أن نبتكره»

«الصبر هو
أفضل علاج
لأي مشكلة»

" Bonne chance "

CHAOUKI
Bouchaib

CHAOUKI
Bouchaib

2012/2013

Correction d'EPREUVE d'Atomistique

A/ Pour l'élément potassium : K (Z = 19)

1°) configuration électronique :

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$

2°) le potassium appartient à la :

$4^{ème}$ période car on a $n_{max} = 4$

3°) on calcule Z^* de la $2^{ème}$ couche de K

$\underbrace{1s^2}_{1^{ère}\ couche} \underbrace{2s^2 2p^6}_{2^{ème}\ couche}$

$$Z^* = Z - \sum \sigma_{i/j}$$

$$Z^* = 19 - (7 \times 0,35 + 2 \times 0,85)$$

$$Z^* = 19 - 4,15 \Rightarrow Z^* = 14,85$$

B/ Pour l'élément chrome (Z = 24)

1) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$

ou $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$

l'ex : Lorsque la sous couche 3d est a moitie ou totalement remplie elle devient plus stable que 4s

2° Cr appartient au bloc d car le sous couche d est en cours de remplissage.

Bonne chance

3°) l'électron périphérique $4s^1$

$n=4$; $l=0$ (car l'orbites) : $m_l=0$; $s=+\frac{1}{2}$ ou $s=-\frac{1}{2}$

c/ Pour l'élément Gallium.

1°) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^1$

couche externe

2°) le Ga appartient au groupe 13 parce que $n>3$

$\Rightarrow R = x+y+z \Rightarrow R = 2+1+10 = 13$

3-a) A représente le nombre de masse.

b) on a $m = \sum m_i x_i$

$$\begin{cases} m = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{100} \\ x_1 + x_2 = 100 \Rightarrow x_1 = 100 - x_2 \end{cases}$$

$100 \times m = (100 - x_2) m_1 + m_2 x_2$

$100 \times m = 100 m_1 - m_1 x_2 + m_2 x_2$

$100 \times 69{,}8 - 100 \times 69 = (-69 + 71) x_2$

$2 x_2 = 80 \Rightarrow \boxed{x_2 = 40\%}$

$x_1 = 100 - 40 = \boxed{60\%}$

D/ Pour les trois élément K, Cr et Ga

1°) même période (4ème période)

2°) voir le cours.

3°) $\chi_K < \chi_{Cr} < \chi_{Ga}$; le long d'une période : $\chi \nearrow$

: fin de correction :

Remarque :

$n=1$
$n=2$
$n=3$
$n=5$
$n=6$
$n=7$

⚠

colone : I : alcalins
colone : II : alcalino-terreux
colone : 17 : halogène
colone : 18 : gaz rare

⚠

n : nombre quantique principale
l : nombre " secondaire
ml : " " magnétique
s : spin

$n > 0$
$0 < l < n-1$
$-l < m_l < l$
$s = \pm \frac{1}{2}$

«يفشل الناس أحيانا، وليس ذلك بسبب نقص القدرات، ولكن بسبب النقص في الالتزام»

"Bonne chance"

Bouchaib
Chaouki
SMC5

"EPREUVE" 2012 - 2013
"Atomistique" session normal

A)

1°) Complète le tableau suivant : ($Z = 29$)

Isotope	Z	N	nombre d'électrons
^{63}Cu	29	34	29
^{65}Cu	29	36	29

2°) Définition d'isotope : c'est un élément chimique qui possédant le même numéro atomique (Z) mais nombre de masse (A) différente.

3°)

$$M = \sum m_i x_i$$

$$M = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{100} \Rightarrow M = \frac{63 \times 69,17 + 65 \times 30,83}{100}$$

$M = 63,6$ u.m.a ou $M = 63,6$ g/mol

4°) configuration électronique : ($Z = 29$)

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$

ou $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^{10}$

5°)

- bloc : d (car la sous couche d st en cours de remplissage)

- période : 4ème période : car $n_{max} = 4$.

- collone : $\begin{cases} n>3 \Rightarrow x+y+2 \\ n\leq 3 : x+y+10 \end{cases}$

on a $n>3$ donc $R = x+y+2$
$= 2+0+9$ ou $1+0+10$

donc collone : 11

6°) $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,3d^{10}\,4s^1$

$n=4$; $l=0$ (car l'orbital s) ; $m_l = 0$

$s = +\frac{1}{2}$

تذكر :

- الشتاء هو بداية الصيف
- والظلام هو بداية النور
- والضغوط هي بداية الراحة
- والتوتر هو بداية السعادة
- والفشل هو بداية النجاح

B/

a)

$$\Delta E_{4\to 2} = E_1(H)\, Z^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

$E_1(H) = -13,6\ eV$; $Z = 3$

$$\Rightarrow \Delta E_{4\to 2} = (-13,6) \cdot 9^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right)$$

$$= -22,95\ eV$$

$$\Rightarrow \Delta E_{4\to 2} = -3,6766 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$\left(1\ eV \longrightarrow 1,602 \cdot 10^{-19}\ J\right)$$

b)

$$|\Delta E_{4\to 2}| = \frac{hc}{\lambda_{4\to 2}}$$

$$\lambda_{4\to 2} = \frac{hc}{|\Delta E_{4\to 2}|} = \frac{6,624 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3,6766 \cdot 10^{-18}} = 5,405 \cdot 10^{-8}\ m$$

$$\boxed{\lambda_{4\to 2} = 54,05\ nm.}$$

+ Il s'agit de la série de Balmer $(n = 2)$
c'est le domaine de l'ultraviolet (U.V)

2-a) on a $E_n = -13{,}6 \cdot \frac{Z^{*2}}{n^2}$ (ev)

$Li\,(Z=3) : 1s^2 2s^1$

$Z^* = Z - \sum \sigma_{i/j}$

$Z^* = 3 - (0 \times 0{,}35 + 2 \times 0{,}85) = 1{,}3$

donc $E_{2s} = \frac{-13{,}6 \times (1{,}3)^2}{2^2}$

$\boxed{E_{2s} = -5{,}746 \text{ ev}}$

b) $Li \longrightarrow Li^+ + 1é$

Puisque l'électron périphérique est seul dans la couche externe $(2s^1)$ donc

$E_I(Li) = -E_{2s} = 5{,}746$ ev

c) l'énergie de l'atome Li à l'état gazeux est :

$E_{Li} = 2\,E_{1s}(Li) + 1\,E_{2s}(Li)$

$= 2\left(\frac{-13{,}6 \times Z^{*2}_{1s}}{1^2}\right) - 5{,}746$

$Z^*_{1s} = 3 - \sigma_{1s/1s} = 3 - 0{,}31 = 2{,}69$

donc $E_{Li} = 2 \times \left(-13{,}6 \times \left(\frac{2{,}69}{1}\right)^2\right) - 5{,}746 = \boxed{-202{,}5679 \text{ ev}}$

Bouchaib . SMC5
Chaouki

2011/2012

<<EXAMEN>>

Atomistique

I/ Constituants de l'atome.

1°) - A : représent le nombre de masse
- Z : représent le nombre de proton ou numéro atomique

2°) $^{24}_{12}Mg$: N = 12 ; e = 12

$^{25}_{12}Mg$: N = 13 ; e = 12

$^{26}_{12}Mg$: N = 14 ; e = 12

3°) Ces trois nucléédes sont des isotopes, car ils contiennent le même numéro atomique Z mais nombre de masse A différent.

II/

1°) dessin le modéle de l'atome d'après Sommerfeld.

(Voir le cours)

2°) $\Delta X \cdot m \Delta V \geq \frac{h}{2\pi}$

$$\Delta V = \frac{h}{2\pi m_e \cdot \Delta X}$$

$$\Delta V = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{2\pi \times 9,11 \cdot 10^{-31} \times 5 \cdot 10^{-12}} = 23,16 \cdot 10^{6}\ m/s$$

3°) on peut conclure que l'incertitude de vitesse est très grande et quelle est de l'ordre de grandeur de la vitesse de l'é, donc si on connait la position de l'é avec précision, on peut pas définir la vitesse.

4°) la configuration électronique de $_{24}X$

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$

ou " " " " " $3d^5\ 4s^1$

5°) Cases quantique.

↑		↑	↑	↑	↑	↑
$4s^1$				$3d^5$		

6°) la configuration électronique de l'ion X^{3+}

$_{24}X^{3+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1$

7°) Les nombres quantiques caractéristiques à l'orbital S

$n=4$; $l=0$ (car l'orbital S) ; $m_l=0$

كثير من حالات الفشل في الحياة
كانت لأشخاص لم يدركوا
كانوا قريبين من النجاح
عندما أقدموا على الإ

"Bouchaib Chaouki"
SMC5

III/ Calassification périodique:

1) bloc : d

- Période : 4ème période
- groupe : on a $n > 3 \Rightarrow x + y + z = 2 + 0 + 4$

donc $_{24}X$ appartient au groupe VI_B (6)

2°) Définition électronégativité (voir le cours)

3°) $\chi(Na) < \chi(Li) < \chi(O) < \chi(F)$

$Z \uparrow$

$r \downarrow \quad \chi \uparrow$

$Z \uparrow \quad \chi \downarrow$

Li . . . . . O F Ne

Na

ليس المهم هو أن تجيب على جميع الأسئلة
بل المهم هو أن تجيب على أكبر عدد من الأسئلة
بطريقة صحيحة.

Solution de EXAMEN
Thermochimie 2012/2013
Session Normale

Partie 1 :

1) $Q = mc\Delta T$

2) on a $H = U + PV$

$$dH = dU + d(PV) = dU + PdV + VdP$$

$$\Delta H = \Delta U + PdV + VdP = \delta W + \delta Q + PdV + VdP$$

or $\begin{cases} \delta W = -PdV \\ \delta Q = c_p dT - VdP \end{cases}$

donc $\Delta H = \cancel{-PdV} + c_p dT \cancel{- VdP} + \cancel{PdV} + \cancel{VdP}$

donc $\boxed{\Delta H = c_p dT}$

et on a $\delta Q = c_p dT - VdP$

Transformation isobare $dP = 0$

$\boxed{\delta Q = c_p dT}$

donc $\boxed{\Delta H = \delta Q = c_p dT}$ Lorsque on $P = cte$

3) on veut montrer la loi de Van't Hoff

$$\boxed{\frac{d}{dT} \ln k_p(T) = \frac{\Delta H^o_{réaction}(T)}{RT^2}}$$

on a $\Delta G(T,P) = \Delta G^o_r(T) + RT \ln \left[\frac{\prod_j \left(\frac{P_j}{P^o}\right)^{\nu_j}}{\prod_i \left(\frac{P_i}{P^o}\right)^{\nu_i}} \right]$

condition d'équilibre $\Delta G(T,P) = 0$

$$\frac{-\Delta G^o(T)}{RT} = \ln \left[\frac{\prod_j \left(\frac{P_j}{P^o}\right)^{\nu_j}}{\prod_i \left(\frac{P_i}{P^o}\right)^{\nu_i}} \right]$$

avec $\frac{\prod_j \left(\frac{P_j}{P^o}\right)^{\nu_j}}{\prod_i \left(\frac{P_i}{P^o}\right)^{\nu_i}} = K_p(T) \Longrightarrow \boxed{\frac{-\Delta G^o(T)}{RT} = \ln K_p}$

or $\Delta G^o_r(T) = \Delta H^o_r(T) - T\Delta S^o_r(T)$

$$\frac{d}{dT}\left(\ln k_p(T)\right) = \frac{d}{dT}\left(\frac{-\Delta H^o_r(T)}{RT}\right) + \underbrace{\frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta S^o_r(T)}{R}\right)}_{0}$$

donc $\frac{d}{dT}\left(\ln k_p(T)\right) = \frac{d}{dT}\left(\frac{-\Delta H^o_r(T)}{RT}\right) = \frac{-\Delta H^o_r(T)}{R} d($

$$\boxed{\frac{d}{dT}\left(\ln k_p(T)\right) = \frac{-\Delta H^o_r}{R} d\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{\Delta H^o_r}{RT^2}}$$

2

4)

On a $G = H - TS$

$$dG = dH - d(TS) = dH - SdT - TdS$$

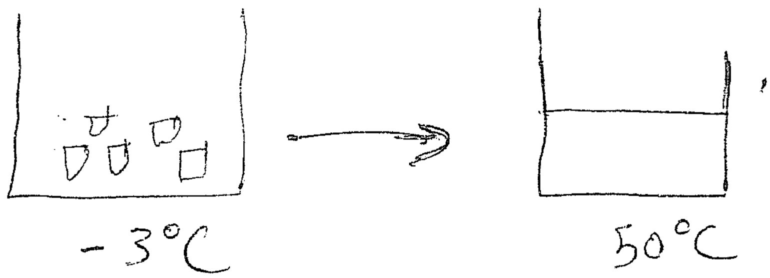
$$= dU + d(PV) - SdT - TdS = dU + PdV + VdP - SdT - TdS$$

$$dG = \delta W' - PdV + TdS + PdV + VdP - SdT - TdS$$

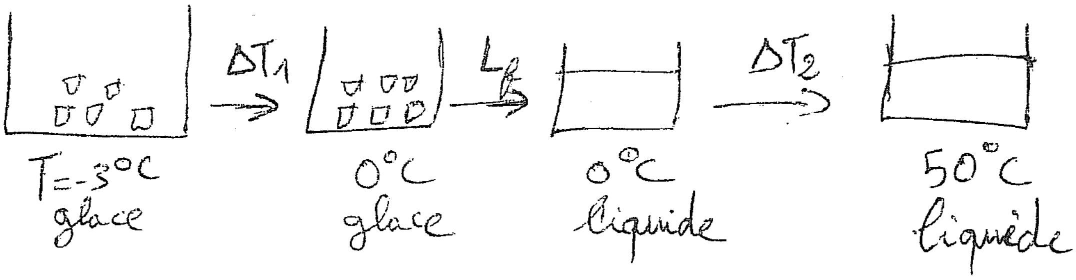
$$\boxed{dG = \delta W' + VdP - SdT}$$

Partie II :

$$\begin{cases} C_g = 2\ kJ/kg\,K \\ C_\ell = 4{,}18\ kJ/kg.K \\ L_f = 333\ kJ/kg \end{cases}$$



1)



$$Q_{ECS} = m\,C_g\,\Delta T_1 + m\,L_f + m\,C_\ell\,\Delta T_2$$

A.N $Q_{ECS} = 120\left(2.3 + 333 + 4{,}18.50\right) = \boxed{65760\ kJ}$

2) $Q_{ECS} = m\,L_c$ avec (L_c c'est la chaleur de combustion du bois)

donc $m = \dfrac{Q_{ECS}}{L_c} = \dfrac{65760}{15.10^3} = \boxed{4{,}384\ kg}$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRESIDENT

3

Partie III :

$$Fe_2O_3(s) + CO(g) \longrightarrow CO_2(g) + Fe(s)$$

1) $$Fe_2O_3(s) + 3\,CO(g) \longrightarrow 3\,CO_2(g) + 2\,Fe(s)$$

2) $$\Delta H_r(298°K) = 3\Delta H_f(CO_2,g) + 2\Delta H_f(Fe(s)) - 3\Delta H_f(CO,g) - \Delta H_f(Fe_2O_3,S)$$

$$\Delta H_r(298°K) = 3(-393,14) + 2(0) - 3(-110,5) + 822,1$$

$$\boxed{\Delta H_r(298°K) = -25,82 \ KJ/mol}$$

Partie IV :

$$CaCO_3(s) \longrightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

1) * $$\Delta H_r^\circ(298,15K) = \Delta_f H(CaO,S) + \Delta_f H(CO_2,g) - \Delta_f H^\circ(CaCO_3,S)$$

$$= -634,11 - 393,14 + 1210,11$$

$$\boxed{\Delta H_r^\circ(298,15K) = 182,86 \ KJ/mol}$$

* $$\Delta S^\circ(298,15K) = \Delta S_f^\circ(CaO,S) + \Delta S_f^\circ(CO_2,g) - \Delta^\circ S_f(CaCO_3,S)$$

$$\Delta^\circ S(298,15K) = 39 + 213,60 - 92,80$$

$$\boxed{\Delta^\circ S(298,15K) = 159,8 \ J/mol.K}$$

4

* $\Delta G(298\,K) = \Delta H_r(298{,}15) - T.\Delta S(298{,}15)$

$= 182{,}86 - 298{,}15.(159{,}8.10^{-3})$

$$\boxed{\Delta G(298{,}15\,K) = 135{,}2156\ KJ/mol}$$

2) La production de la chaux vive ne peut pas faire spontamément à $T = 298{,}15\,K$

* car $\boxed{\Delta G(298{,}15\,K) > 0}$

3) pour la reaction il sera possible il faut $\Delta G(298{,}15\,K) < 0$

$\Delta_r H - T\Delta_r S = 0 \Longleftrightarrow T\Delta_r S = \Delta_r H$

$\Longleftrightarrow T_{min} = \dfrac{\Delta_r H}{\Delta_r S} = \boxed{1145\ K}$

4) $K_p(T) = \dfrac{\dfrac{P(CO_2,g)}{P^0} \cdot \dfrac{P(CaO,S)}{P^0}}{\dfrac{P(CaCO_3,S)}{P^0}}$

$P(CaO,S) = P(CaCO_3,S) = P^0$

$$\boxed{K_p(T) = \frac{P(CO_2,g)}{P^0}}$$

+CLUB NAJAH+
UCD. FS. ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

5

5) $$\int_{(\Delta G^o_{T_1},T_1)}^{(\Delta G^o_{T_2},T_2)} d\left(\frac{\Delta G^o_r(T)}{T}\right) = \int_{T_1}^{T_2} -\frac{\Delta H^o_r(T)}{T^2}\,dT$$ Gibss-Helmoltz

$$\frac{\Delta G^o(T_2)}{T_2} - \frac{\Delta G^o_r(T_1)}{T_1} = \Delta H^o_r(T)\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

donc $$\Delta G_r(T_2) = T_2\left[\frac{\Delta G^o_r(T_1)}{T_1} + \frac{\Delta H_r(T_2)}{T_2} - \frac{\Delta H^o_r(T_1)}{T_1}\right]$$

Voir le cours page 73 et 74

$$\Delta G_r(1144{,}30\,K) = 1145\left[\frac{135{,}2156}{298{,}15} + \frac{182{,}86}{1145} - \frac{182{,}86}{298{,}15}\right]$$

$$\Delta G_r(1144{,}30\,K) = -0{,}111\ KJ/mol$$

Remarque : Approximation d'ellingham

$$\Delta H(T_1) = \Delta H(T_2)$$

6) $$K_p(T) = e^{-\frac{\Delta G(T)}{RT}} = \frac{P(CO_2,g)}{P^o}$$

$$P(CO_2,g) = P^o\cdot e^{-\frac{\Delta G(T)}{RT}} = 1{,}013.10^5\cdot e^{-\left(\frac{-0{,}111\cdot 10^3}{8{,}31\cdot 114}\right)}$$

$$P(CO_2,g) = 1{,}02\cdot 10^5\ Pa$$

7) $$P(CO_2,g) = \frac{nRT}{V} = \frac{mRT}{MV} \Leftrightarrow m = \frac{P.M.V}{RT}$$

$$m = \frac{1{,}02\cdot 10^5\cdot 56{,}10\cdot 2}{8{,}31\cdot 114} = 12{,}0478\ g$$ 6

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

نادي النجاح كلية العلوم
success club

problèmes de thermochimie

Exercice I.

L'enthalpie molaire de combustion de méthane à 25°C et sous une atmosphère est égale à -212,8 kcal.

Connaissant les enthalpies des réactions suivantes :

C (graphite) + O_2 (g) → CO_2 (g) (1) $\Delta H_{r,°298}(1) = -94{,}05$ kcal

H_2 (g) + 1/2O_2 (g) → H_2O(l) (2) $\Delta H_{r,°298}(2) = -68{,}3$ kcal

a) Calculer l'enthalpie molaire standard de formation du méthane gazeux $\Delta h°_{f,298}$ (CH_4,g).

b) Calculer l'enthalpie molaire de combustion du méthane sous une atmosphère et à la température de 1273 K, en utilisant la méthode du cycle et la loi de Kirchhoff.

On donne les chaleurs molaires (supposées constantes entre 298 et 1273K) des corps suivants :

Cp (CH4, g) = 13,2 cal mol^{-1} K^{-1}
Cp (O2, g) = 7,6 cal.mol^{-1}.K^{-1}
Cp (CO2, g) = 11,2 cal mol^{-1} K^{-1}
Cp (H2O,g) = 9,2 cal.mol^{-1}.K^{-1}
Cp (H2O, l) = 18,0 cal mol^{-1} K^{-1}

L'enthalpie de vaporisation de l'eau est : $\Delta h°_{vap,373}(H_2O, l) = 9{,}7$ kcal.mol^{-1}

Exercice II

La combustion totale d'une mole de méthanol liquide dans les conditions standards de pression et de température, libère 725,2 kJ selon la réaction suivante :

$$CH_3OH_{(l)} + 3/2\ O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}.$$

1. Calculer l'enthalpie molaire standard de formation du méthanol liquide.
On donne les enthalpies molaires standards de formations de $H_2O_{(l)}$ et de $CO_{2(g)}$.
$\Delta h_f°_{,298}(H_2O, l) = -285{,}2$ kJ.mol-1
$\Delta h_f°_{,298}(CO_2, g) = -393{,}5$ kJ.mol-1
2. Calculer l'enthalpie de cette réaction à 60°C.
3. Calculer la chaleur de cette réaction à 127°C et à pression d'une atmosphère sachant qu'à cette pression, le méthanol bout à 64,5°C et l'eau à 100°C et que les chaleurs de vaporisations sont :
$\Delta h°_{vap,373}(H_2O, l) = 44$ kJ.mol^{-1}
$\Delta h°_{vap,337,5}(CH_3OH, l) = 35{,}4$ kJ.mol^{-1}
On donne les chaleurs molaires à pression constante

Cp (H_2O, l) = 75,2 J mol^{-1}K^{-1}
Cp (H_2O, g) = 38,2 J.mol^{-1}.K^{-1}
Cp (CH_3OH, l) = 81,6 J mol^{-1}K^{-1}
Cp (CH_3OH, g) = 53,5 J mol^{-1}.K^{-1}
Cp (O_2, g) = 34,7 J mol^{-1} K^{-1}
Cp (CO_2,g) = 36,4 J.mol^{-1}.K^{-1}

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRESIDENT

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

نادي النجـــــاح كلية العلوم
success club

Exercice I.

$$CH_4\,(g) + 2O_2\,(g) \rightarrow CO_2\,(g) + 2H_2O(l) \qquad \Delta H°_{r,298} = -212.8 \text{ kcal}$$

a) Appliquons la loi de Hess pour calculer l'enthalpie molaire standard de formation du méthane gazeux :

$$\Delta H^{\circ}_{r.298} = \Sigma n_i \Delta h^{\circ}_{f.298}(produits) - \Sigma nj \Delta h^{\circ}_{f.298}(réactifs)$$

On remarque que : $\Delta h_f°_{298}$ (CO_2. g) = $\Delta H_1°$ et $\Delta h_f°_{298}$ (H_2O. l) $=\Delta H_2°$ car les enthalpies molaires standards de formations des corps simples sont nulles.

$$\Delta H_r°_{,298} = \Delta h_f°_{,298}(CO_2.\,g) + 2\,\Delta h_f°_{,298}(H_2O,l) - \Delta h_f°_{,298}(CH_4.\,g) - 2\Delta h_f°_{,298}(O_2.g)$$

$$\Delta h_f°_{,298}(CH_4.\,g) = \Delta h_f°_{,298}(CO_2.\,g) + 2\,\Delta h_f°_{,298}(H_2O,l) - \Delta H_r°_{298}$$

$$\Delta h_f°_{,298}(CH_4.\,g) = -94.05 + 2(-68.3) - (-212.8) = -17.85 \text{ kcal.mol}^{-1}$$

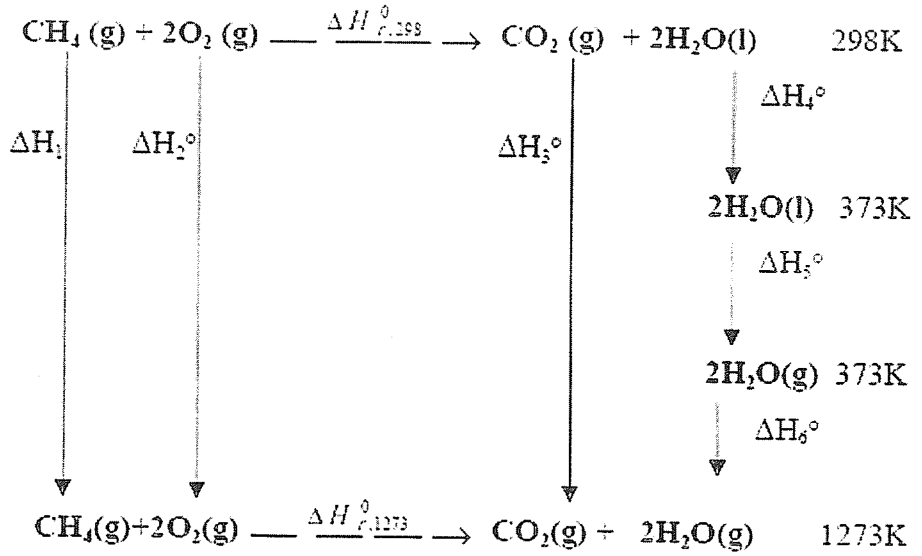
$$\Delta h_f°_{,298}(CH_4.\,g) = -17.85 \text{ kcal.mol}^{-1}$$

b) $CH_4\,(g) + 2O_2\,(g) \rightarrow CO_2\,(g) + 2H_2O(l)$

Connaissant l'enthalpie molaire standard de combustion sous une atmosphère et à la température de 298K, on calcule l'enthalpie molaire de combustion sous une atmosphère et à la température de 1273K. A cette température, tous les produits sont à l'état gazeux. Donc l'eau a changé de phases entre 298 et 1273K.

$$CH_4\,(g) + 2O_2\,(g) \rightarrow CO_2\,(g) + 2H_2O(g)$$

Méthode du cycle :



www.facebook.com/succes.club
Email: clubnajah2013@gmail.com

$\sum \Delta H_i$ (cycle) = 0

$\Delta H°_1 + \Delta H°_2 + \Delta H°_{r,1273} - \Delta H°_3 - \Delta H°_4 - \Delta H°_5 - \Delta H°_6 - \Delta H°_{298} = 0$

$$\Delta H_1^\circ + \Delta H_2^\circ = \int_{298}^{1273} [\,Cp(CH_4\,(g) + 2O_2\,(g))\,]\,dT$$

$\Delta H°_1 + \Delta H°_2 = 28{,}4\ (1273\text{-}298).10^{-3} = 27{,}69$ kcal.

$$\Delta H_3^\circ = \int_{298}^{1273} [\,Cp(CO_2\,, g)\,]\,dT$$

$\Delta H°_3 = 11{,}2\ (1273\text{-}298).10^{-3} = 10{,}92$ kcal.

$$\Delta H_4^\circ = \int_{298}^{373} 2[\,Cp(HO_2, l)\,]\,dT$$

$\Delta H°_4 = 2.18\ (373\text{-}298).10^{-3} = 2{,}70$ kcal.

$$\Delta H_5^\circ = 2\Delta h_v^\circ(HO_2, l) = 2.9{,}7 = 19{,}40 \text{ kcal.}$$

$$\Delta H_6^\circ = \int_{373}^{1273} 2[\,Cp(HO_2, g)\,]\,dT$$

$\Delta H°_6 = 2.9{,}2\ (1273 - 373).10^{-3} = 16{,}56$ kcal.

On trouve alors :

$\Delta H_{r,1273}^\circ = -190{,}91\,kcal.$

Nous pouvons trouver le même résultat en appliquons la méthode de Kirchhoff avec changement de phases :

$$\Delta H_{r,1273}^\circ = \Delta H_{r,298}^\circ + \int_{298}^{373} \Delta C_p dT + 2\Delta h_{vap,373}^\circ (H_2 0, l) + \int_{373}^{1273} \Delta C'_p dT$$

Où $\Delta Cp = \sum n_i\, Cp$ (produits) - $\sum n_j\, Cp$ (réactifs)

$\Delta Cp = Cp\ (CO_2\ (g) + 2\ Cp\ H_2O\ (l)) - Cp\ (CH_4\ (g) - 2\ Cp\ O_2\ (g))$

$\Delta C'p = Cp\ (CO_2\ (g) + 2\ Cp\ H_2O\ (g)) - Cp\ (CH_4\ (g) - 2\ Cp\ O_2\ (g))$

Nous trouvons le même résultat que celui trouvé par la méthode du cycle

$\Delta H_{r,1273}^\circ = -190.91\,kcal.$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRESIDENT

page 2

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Exercice 2

CH_3OH (l) + 3/2 O_2 (g) → CO_2 (g) + $2H_2O$ (l).

$\Delta H°_{r,298}$ = -725,2 kJ car la chaleur est libérée ($\Delta H°_{r,298} < 0$)

1. $\Delta H^{\circ}_{r,298K} = \Sigma n_i \Delta h^{\circ}_{f,298K}(produits) - \Sigma n_j \Delta h^{\circ}_{f,298K}(réactifs)$

$\Delta H°_{r,298} = \Delta h_f°_{,298}$ (CO_2, g) +2 $\Delta h_f°_{,298}$ (H_2O,l) - $\Delta h_f°_{,298}$ (CH_3OH,l) - 3/2 $\Delta h_f°_{298}$ (O_2,g)

L'enthalpie molaire standard de formation du méthanol liquide est :

$\Delta h_f°_{,298}$ (CH_3OH,l)= $\Delta h_f°_{,298}$ (CO_2, g) +2 $\Delta h_f°_{,298}$ (H_2O,l) - $\Delta H°_{r,298}$

$\Delta h_f°_{,298}$ (CH_3OH,l)= -238,7 kJ.mol^{-1}

2. On appliqué la loi de Kirchhoff pour calculer l'enthalpie de la réaction à 60°C.

Il n'y a pas de changement de phase dans cet intervalle de températures

$$\Delta H^{\circ}_{r,333} = \Delta H^{\circ}_{r,298} + \int_{298}^{333} \Delta C_p dT$$

Avec $\Delta Cp = \sum n_i$ Cp (produits) - $\sum n_j$ Cp (réactifs)

ΔCp = Cp (CO_2, g) +2 Cp (H_2O,l) - Cp (CH_3OH,l) – 3/2 Cp (O_2,g)

On trouve $\Delta H°_{r,333}$ = -723,34kJ

On peut trouver le même résultat en utilisant la méthode du cycle thermodynamique.

page 3

www.facebook.com/succes.club
Email: clubnajah2013@gmail.com

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

3. L'enthalpie de la réaction à 127°C :

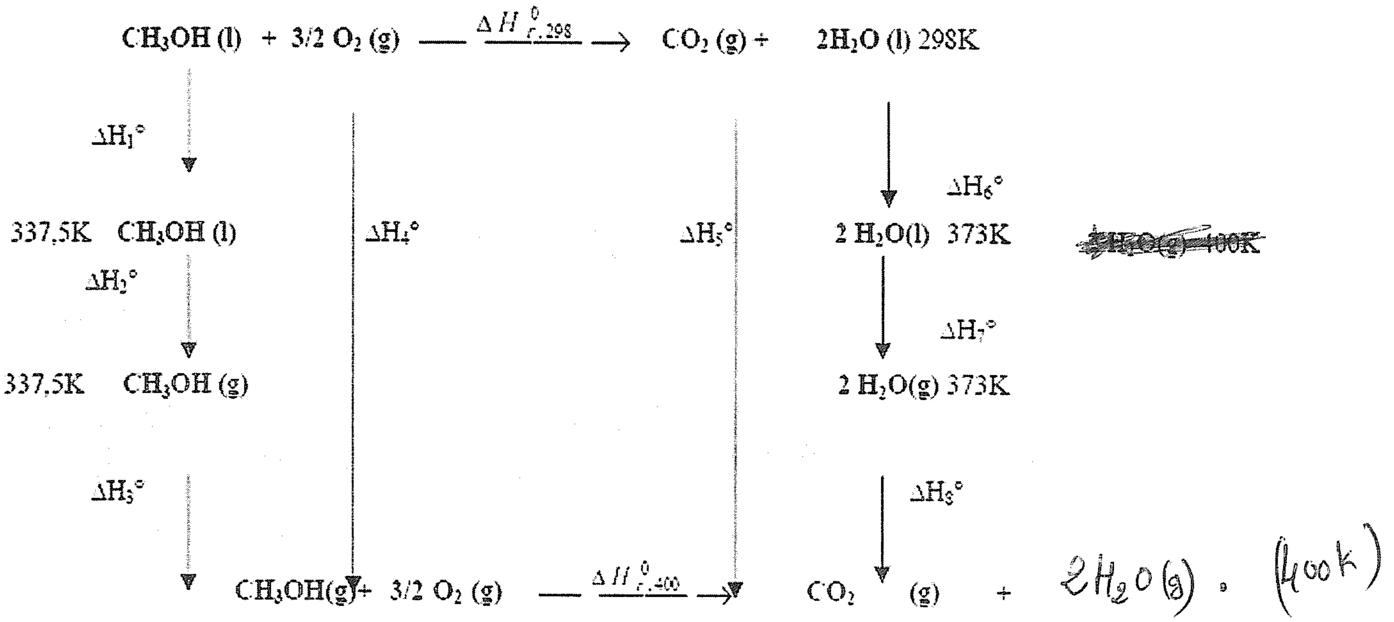
Connaissant $\Delta H^{\circ}_{r,298K}$ de la réaction :

$$CH_3OH\ (l) + 3/2\ O_2\ (g) \ldots\ CO_2\ (g) + 2H_2O\ (l).$$

On calcul $\Delta H^{\circ}_{r,400K}$.

A cette température, tous les produits sont à l'état gazeux. Le méthanol liquide et l'eau changent de phase dans cet intervalle de température.

On forme le cycle suivant :



$\sum \Delta H_i$ (cycle) = 0

$\Delta H^{\circ}_1 + \Delta H^{\circ}_2 + \Delta H^{\circ}_3 + \Delta H^{\circ}_4 + \Delta H^{\circ}_{400K} - \Delta H^{\circ}_{298} - \Delta H^{\circ}_5 - \Delta H^{\circ}_6 - \Delta H^{\circ}_7 - \Delta H^{\circ}_8 = 0$

$\Delta H^{\circ}_{r,400K} = \Delta H^{\circ}_{r,298} + \Delta H^{\circ}_5 + \Delta H^{\circ}_6 + \Delta H^{\circ}_7 + \Delta H^{\circ}_8 - \Delta H^{\circ}_1 - \Delta H^{\circ}_2 - \Delta H^{\circ}_3 - \Delta H^{\circ}_4$

$$\Delta H_1^0 = \int_{298}^{337,5} C_p(CH_3OH, l)dT$$

$$\Delta H_1^0 = 81,6\ (337,5 - 298) = 3223,2J$$

$\Delta H_2^0 = n.\Delta h^{\circ}_{vap,337,5}(CH_3OH, 1)$ $\Delta H^{\circ}_2 = 1.35,4.10^3 = 35400J$

$\Delta H_3^0 = \int_{337,5}^{400} C_p(CH_3OH, g)dT$ $\Delta H^{\circ}_3 = 53,5\ (400-337,5) = 3343,75J$

www.facebook.com/succes.club
Email: clubnajah2013@gmail.com

$\Delta H_4^0 = \int_{298}^{400} \frac{3}{2} C_p(O_2, g)dT$ $\Delta H°_4 = 3/2(34,7)(400\text{-}298) = 5309,1J$

$\Delta H_5^0 = \int_{298}^{1273} C_p(CO_2, g)dT$ $\Delta H°_5 = 36,4\ (400\text{-}298) = 3712,8J$

$\Delta H_6^0 = \int_{298}^{373} 2C_p(H_2O, l)dT$ $\Delta H°_6 = 2.75,2\ (373\text{-}298) = 11280J$

$\Delta H°_7 = 2\ \Delta h°_{vap,373}\ (H_2O,\ l)$ $\Delta H°_7 = 2\ .44.\ 10^3 = 88000J$

$\Delta H_8^0 = \int_{373}^{400} 2C_p(H_2O, g)dT$ $\Delta H°_8 = 2.38,2\ (400 - 373) = 2062,8J$

On trouve alors $\Delta H°_{r,400} = -667420,45J = -667,42kJ$

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

page 5

Examen de Langue Française
Semestre 1- session normale

Examen corrigé

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse.0.5pt
   Texte informatif /explicatif à visée scientifique ...

2) Selon l'auteur existe-il une probabilité sur la présence d'une autre planète Terre ? si oui, sur quoi se base t-il ? 0.5pt
   Oui, voir premier paragraphe : l'immensité de l'univers...
3) Selon le texte quelles sont les particularités de notre planète Terre ? 1pt
   - Sa position par rapport au soleil, paragraphe 2
   - Le type d'orbite dont dispose la Terre lui permet de ne pas trop varier sa distance du Soleil et donc de recevoir la même quantité de soleil toute l'année, paragraphe 3
   - L'existence d'une planète comme Jupiter dont la force de gravitation a permis d'éliminer tous les astéroïdes qui menaçait la Terre. Paragraphe 4
4) Pourquoi les planètes sont-elles rondes ou sphériques ? 1pt
   Au cours de sa formation la terre avec sa force de gravitation qui se situe au centre, attirait les objets à une distance équivalente du centre d'où la formation d'un cercle qui s'agrandi de plus en plus. Pour avoir une autre forme, la planète doit avoir une force de gravitation différente d'une place à une autre.

II) Langue et communication

1- Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires : 2pts

- Dans les régions humides, on emploie des insecticides. Cela permet d'éviter que les moustiques prolifèrent.
- L'emploi des insecticides, dans les régions humides, permet d'éviter la prolifération des moustiques.
- On a dévié les voitures par un chemin de campagne. Cela a dû provoquer un vrai chaos parce que d'énormes bouchons se sont formés.
- La déviation des voitures par un chemin de campagne a causé la formation d'énormes bouchons qui ont entrainé la provocation d'un vrai chaos.

2- Un mari parle au téléphone avec son épouse à propos de leur fils malade.

Répondez en utilisant une construction avec un ou plusieurs pronoms : 3.5pts

Le père : Allô ! Comment va Yassine ?

La mère : il va mieux.

Le père : Tu l'as emmené chez le médecin ?

La mère : Oui, je l'ai emmené chez le médecin s'il remplace le CCL c'est encore mieux

Le père : Il lui a prescrit des médicaments ?

La mère : **Oui, il lui en a prescrit.**

Le père : Tu as acheté les médicaments ?

La mère : **Non, je ne les ai pas encore achetés**

Le père : tu peux m'envoyer l'ordonnance par fax ; je les achèterai en rentrant.

La mère : d'accord, je te l'envoie.

Le père : Tu as parlé au médecin de ses problèmes de digestion ?

La mère : Oui, je lui en ai parlé. Il m'a demandé de faire des analyses.

Le père : Est-ce que tu les as faites. ? Les-as-tu faites ? (Formulez une question)

La mère : **Non, je ne les ai pas faites.** Je n'avais pas assez d'argent.

Le père : Au revoir et à tout à l'heure.

3- **Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt**

- La Terre est la seule planète habitable. La position de la terre est favorable. **2 possibilités**
- **La terre dont la position est favorable, est la seule planète habitable.**
- **La position de la terre, qui est la seule planète habitable, est favorable.**
- Je me souviens de cette époque. Le premier homme a mis le premier pas sur la lune.
- **Je me souviens de cette époque où le premier homme a mis le premier pas sur la Lune.**
- Ces résultats vont révolutionner le monde de la science. Tu as obtenu ces résultats
- **Les résultats que tu as obtenus vont révolutionner le monde de la science.**

4- **Dans le quatrième paragraphe du texte identifiez le temps des verbes en gras et justifiez leurs emplois : 1.5pts**

- **Avait été ………… P.Q.P . aurait pu ………………… conditionnel passé**
- **Valeur il s'agit d'une hypothèse irréalisable si + pqp+ cond. passé**

5- **Quel est le temps dominant dans le troisième paragraphe ? déterminez sa valeur. 1pt**

- **Le temps dominant est le présent de l'indicatif. Il a la valeur d'un présent de vérité générale ou présent gnomique.**

6- **Reformulez le texte de sorte que toutes les phrases soient à la forme passive en effectuant les transformations nécessaires : 2.5pts**

- **Hier, j'ai assisté à un atroce accident sur la route entre Casa et El Jadida. 4 personnes ont été emmenées par les pompiers. Trois autres personnes ont été tuées. Leur voiture a été écrasée par deux camions. 70 personnes ont été sauvées par la vigilance d'un chauffeur de bus. J'ai été bouleversé par cet accident.**

7- **Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt**

- **Forme passive** La moitié intérieure du système solaire a été nettoyée d'une bonne partie des astéroïdes et autres petits corps célestes qui l'encombraient, par l'immense force de gravité de cette planète géante.
- **Forme active :** L'immense force de gravité de cette planète géante a nettoyé la moitié intérieure du système solaire d'une bonne partie des astéroïdes et autres petits corps célestes qui l'encombraient.

8- **Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 2pts**

Salut ! Tu ne sais pas ce qui **est arrivé.** La fin de semaine passée! **J'allais** à la bibliothèque de l'université quand soudain **j'ai aperçu ou j'aperçus** quelqu'un que **je n'avais pas vu** depuis trois ans. Devine qui! C'**était** mon ancien ami, Ahmed. Tu **ne l'aimais pas** beaucoup, je crois. Mais moi, cela **m'a fait** grand plaisir de le revoir

9- **Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts**

	forcement	cette	Plusieurs	célestes
Classe grammaticale	adverbe	Déterminant démonstratif	Déterminant indéfini	adjectif

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2013-2014

EXAMEN DE LANGUE FRANÇAISE

SEMESTRE 1 – SESSION NORMALE

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0.5pt
   Texte informatif/ explicatif
2) Dans quel domaine scientifique peut-on inscrire ce texte ? 0.5pt
   L'astronomie
3) Selon le texte est-il possible de connaître la taille et la composition d'une planète depuis la terre ? si oui, quel paragraphe justifie votre réponse ? 1pt
   Oui. 2ème paragraphe…
4) Qu'est-ce qu'un télescope ? 1pt
   Le télescope est un instrument qui permet d'observer les différents constituants de l'espace…

II) Langue et communication

1- Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt

- On rédige les conclusions du rapport. Cela devrait être vite fait.
- **La rédaction** des conclusions du rapport devrait être vite faite. Ne pas pénaliser la faute de l'accord (faite)
- Il a échoué. Cela l'a découragé.
- Son échec l'a découragé
- On liquéfie le gaz butane. Cela peut se faire à une pression relativement faible.
- La liquéfaction du gaz butane peut se faire à une pression relativement faible.

2- Un mari en voyage parle au téléphone avec son épouse pour avoir de des nouvelles de sa famille.

Répondez en utilisant une construction avec un ou plusieurs pronoms : 3 pts

Le père : Allô ! Ça va. Vous allez bien ?

La mère : Oui, on va très bien

Le père : tu n'es pas encore allée **au travail** ? **1 pronom**

La mère : Non, je n'y suis pas encore allée.

Le père : tu emmènes **les enfants à l'école** sur ton chemin? **2 pronoms**

La mère : Oui, je les y emmène sur mon chemin.

Le père : tu as parlé **aux enfants de ce qu'ils veulent comme cadeaux** ? **2 pronoms**

La mère : Non, je ne leur en ai pas encore parlé.

Le père : tu m'envoie **la liste des cadeaux** par fax ? **2 pronoms**

La mère : d'accord, je te l'envoie par fax.

Le père : Tu as parlé **aux enfants de notre projet d'aller vivre définitivement au Canada**? **2 pronoms**

La mère : Oui, je leur en ai parlé.

Le père : Leur as-tu dis que nous partirons vers la fin de l'année scolaire ?

Est-ce que tu leur as dis que nous partirons vers la fin de l'année universitaire ?

La mère : oui, je leur ai dis que nous partirons vers la fin de l'année scolaire.

Le père : Au revoir et à bientôt.

On pénalisera le mauvais choix des pronoms, l'ordre lorsqu'il s'agit de deux pronoms et le mauvais emplacement des pronoms même si le pronom est correct.

3- Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt

- L'expérience permet de comprendre pourquoi la lune a plusieurs phases. Le professeur nous a longuement parlé de cette expérience.
- L'expérience dont Le professeur nous a longuement parlé permet de comprendre pourquoi la lune a plusieurs phases.
- Cette va progresser la recherche dans ce domaine. Tu as réalisé cette expérience.
- L'expérience que tu as réalisée va progresser la recherche dans ce domaine (pénaliser l'accord)
- Je me souviens de cette époque. L'eau de pluie a envahi toute la faculté.
- Je me souviens de cette époque où l'eau de pluie a envahi toute la faculté.

4- Quel est le temps dominant dans le deuxième paragraphe ? déterminez sa valeur. 1pt

- Le présent de l'indicatif ; présent de vérité général ou gnomique...

5- Commencez chacune des phrases du texte par les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt

Hier, j'ai assisté à un atroce accident sur la route entre El Jadida et Casa. 4 personnes grièvement blessées ont été emmenées en urgence par les pompiers. trois autres personnes ont été tuées (par l'accident). J'ai été bouleversé par cet accident.

Pénaliser la structure de la phrase et l'accord du participe passé.

6- Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt

- Forme passive : Ce résultat a été publié le 3 décembre 2013
- Forme active : on a publié ce résultat le 3 décembre 2013

7- Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 1.5pts

- Hier Ahmed a travaillé toute la soirée au laboratoire. Je l'ai rencontré ce matin ; il m'a assuré qu'avant de quitter le laboratoire, il avait rangé (ranger) tout le matériel, qu'il avait débranché (débrancher) tous les appareils et qu'il avait fermé (fermer) la porte.

8- Compléter les phrases suivantes par les marqueurs temporels qui conviennent : 1.5pt

- Depuis 10 ans, je fais un footing tous les deux jours.
- J'aurai terminé mon examen dans 1 heure.
- Durant les vacances d'été, j'ai suivi des cours de langue pendant un mois.

9- Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts

	extrêmement.	spatial	ces	permis
Classe grammaticale	adverbe	adjectif	Déterminant démonstratif	verbe

Est-ce que tu leur as dis que nous partirons vers la fin de l'année universitaire ?

La mère : oui, je leur ai dis que nous partirons vers la fin de l'année scolaire.

Le père : Au revoir et à bientôt.

On pénalisera le mauvais choix des pronoms, l'ordre lorsqu'il s'agit de deux pronoms et le mauvais emplacement des pronoms même si le pronom est correct.

3- Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt

- L'expérience permet de comprendre pourquoi la lune a plusieurs phases. Le professeur nous a longuement parlé de cette expérience.
- **L'expérience dont Le professeur nous a longuement parlé permet de comprendre pourquoi la lune a plusieurs phases.**
- Cette va progresser la recherche dans ce domaine. Tu as réalisé cette expérience.
- **L'expérience que tu as réalisée va progresser la recherche dans ce domaine (pénaliser l'accord)**
- Je me souviens de cette époque. L'eau de pluie a envahi toute la faculté.
- **Je me souviens de cette époque où l'eau de pluie a envahi toute la faculté.**

4- Quel est le temps dominant dans le deuxième paragraphe ? déterminez sa valeur. 1pt

- **Le présent de l'indicatif ; présent de vérité général ou gnomique...**

5- Commencez chacune des phrases du texte par les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt

Hier, j'ai assisté à un atroce accident sur la route entre El Jadida et Casa. 4 personnes grièvement blessées ont été emmenées en urgence par les pompiers. trois autres personnes ont été tuées (par l'accident). J'ai été bouleversé par cet accident.

Pénaliser la structure de la phrase et l'accord du participe passé.

6- Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt

- **Forme passive :** Ce résultat a été publié le 3 décembre 2013
- **Forme active : on a publié ce résultat le 3 décembre 2013**

7- Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 1.5pts

- Hier Ahmed a travaillé toute la soirée au laboratoire. Je l'ai rencontré ce matin ; il m'a assuré qu'avant de quitter le laboratoire, il **avait rangé** (ranger) tout le matériel, qu'il **avait débranché** (débrancher) tous les appareils et qu'il **avait fermé** (fermer) la porte.

8- Compléter les phrases suivantes par les marqueurs temporels qui conviennent : 1.5pt

- **Depuis** 10 ans, je fais un footing tous les deux jours.
- J'aurai terminé mon examen **dans** 1 heure.
- Durant les vacances d'été, j'ai suivi des cours de langue **pendant** un mois.

9- Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts

	extrêmement.	spatial	ces	permis
Classe grammaticale	adverbe	adjectif	Déterminant démonstratif	verbe